

Elektroschwache Symmetriebrechung

Wolfgang Kilian (DESY)

Maria Laach
September 2005

Experiment* zur elektroschwachen Symmetriebrechung:

1. Objekt fällt
2. und bleibt auf dem Boden liegen.

Experiment* zur elektroschwachen Symmetriebrechung:

1. Objekt fällt
2. und bleibt auf dem Boden liegen.

Warum?

*(Weitere Experimente: LEP, LHC, ...)

Objekt fällt

Erklärung (nach einigen Jahren Schule und Physikstudium):

$$R_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}R = 8\pi G_N T_{\mu\nu}$$

Allgemeine Relativitätstheorie: Die Geometrie der Raumzeit ist durch die momentane Verteilung von Masse, Energie und Impuls bestimmt. Der Einfluß der Geometrie auf die Bewegung von Materie erscheint als Wirkung der Gravitation.

Objekt fällt

Erklärung (nach einigen Jahren Schule und Physikstudium):

$$R_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}R = 8\pi G_N T_{\mu\nu}$$

Allgemeine Relativitätstheorie: Die Geometrie der Raumzeit ist durch die momentane Verteilung von Masse, Energie und Impuls bestimmt. Der Einfluß der Geometrie auf die Bewegung von Materie erscheint als Wirkung der Gravitation.

(das hat noch nichts mit elektroschwacher Symmetriebrechung zu tun)

... und bleibt auf dem Boden liegen

Erklärung (nach einigen Jahren Schule und Physikstudium), in etwa so:

- Objekt und Boden sind Festkörper, d.h. statische Gebilde aus Atomen.
- Die Bewegungsenergie dissipiert in der Schwingung der einzelnen Atome im Festkörper.
- Atome erscheinen als harte Kugeln mit identischer Ausdehnung, die sich nicht gegenseitig durchdringen,
- denn sie sind stationäre Zustände der Quantenmechanik, definiert durch die möglichen normierbaren Wellenfunktionen von Elektronen im Coulombfeld des Kerns,
- und Elektronen sind Fermionen (Pauli-Prinzip) und tragen elektrische Ladung.
- Das Coulombfeld des Kerns und dessen Wirkung auf die Elektronen (sowie auch die Bindung der Atome und damit der Festkörper insgesamt) ergibt sich als nichtrelativistische (Näherungs)lösung der Quantenelektrodynamik

Quantitativ: Die Ausdehnung der Atome ist proportional zum Bohr-Radius, gegeben durch

$$r = \frac{4\pi}{e^2 m_e} \quad \text{wobei} \quad e \approx 0.3$$

Kurz: **QED**

Elektronfeld (Lepton) ℓ und Photonfeld A_μ

$$\mathcal{L} = \bar{\ell} i \not{D} \ell - \frac{1}{4e^2} A_{\mu\nu} A^{\mu\nu} - m_e \bar{\ell} \ell$$

wobei

$$D_\mu = \partial_\mu - iA_\mu \quad \text{und} \quad A_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

Dies ist die einzig mögliche Form der Wechselwirkung zwischen Elektron und Photon, welche invariant unter lokalen Phasentransformationen (Eichtransformationen) des Elektronfelds ist

$$\ell(x) \rightarrow e^{i\phi(x)} \ell(x)$$

und unverändert zu hohen Energien extrapoliert werden kann.

Parameter zur quantitativen Beschreibung:

Zahlenwert von e : 0.3

Zahlenwert von m_e : unbestimmt, solange nicht eine Masseneinheit festgelegt ist.

Masseneinheit? Zurück zum ersten Teil des „Experiments“:

G_N hat die Dimension $1/\text{Masse}^2$, definiere also

$$G_N = 1/M_{\text{Planck}}^2$$

G_N setzt den Zusammenhang zwischen Massen und Geometrie (Längen), M_{Planck} ist damit eine (die einzige?) natürliche (und beliebig unpraktische) Masseneinheit.

In teilchenphysikalischen Einheiten:

$$m_e = 511 \text{ keV}$$

$$M_{\text{Planck}} = 1.22 \times 10^{19} \text{ GeV}$$

d.h. also

Parameter zur quantitativen Beschreibung:

Zahlenwert von e : 0.3

Zahlenwert von m_e : 5×10^{-23}

Die Elektronmasse ist verschwindend klein. Warum? Warum nicht exakt Null?

Mehr zum Elektron:

Elektronen sind Fermionen, Spin $\frac{1}{2} \Rightarrow 2$ Komponenten nötig (?)

$$\ell = \begin{pmatrix} \ell_1 \\ \ell_2 \end{pmatrix}$$

Massenterm für Spin- $\frac{1}{2}$ Fermionen:

$$M_e \ell \ell \equiv M_e (\ell_1 \ell_2 - \ell_2 \ell_1) \quad (\text{Majorana-Masse})$$

Massenterm für Spin-1 Bosonen (Photon):

$$M_A A_\mu A^\mu$$

Beide Massenterme sind nicht eichinvariant. Das erklärt, warum weder das Photon noch das Elektron eine Masse besitzen.

Stattdessen: Es gibt zwei Elektronfelder, ℓ_L und ℓ_R^c , und der "Massenterm" ist ein Mischterm:

$$m_e (\bar{\ell}_L \ell_R + \bar{\ell}_R \ell_L) \quad (\text{Dirac-Masse})$$

Dieser Term ist eichinvariant, wenn beide Felder sich gleich transformieren

$$\ell_L(x) \rightarrow e^{i\phi(x)} \ell_L(x) \qquad \ell_R^c(x) \rightarrow e^{i\phi(x)} \ell_R^c(x)$$

Warum ist aber der Mischterm so klein?

ℓ_L und ℓ_R^c haben ansonsten verschiedene Eigenschaften.

Schwache Wechselwirkung: Kopplungen (Übergänge) zwischen Elektronen, Neutrinos, W - und Z -Bosonen

$$\bar{\ell}_L W \nu, \quad \text{aber nicht} \quad \bar{\ell}_R W \nu$$

$$\bar{\ell}_L Z \ell_L \neq \bar{\ell}_R Z \ell_R$$

Die Symmetrie der schwachen Wechselwirkung verbietet den Mischterm.

Beschreibung der schwachen und elektromagnetischen Wechselwirkung durch gemeinsame Lagrangefunktion: $SU(2) \times U(1)$ -Eichtheorie

Elektronfelder ℓ_L, ℓ_R und Neutrino ν_L :

$$L_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ \ell_L \end{pmatrix} \qquad L_R = \begin{pmatrix} 0 \\ \ell_R \end{pmatrix}$$

(rechtshändiges Neutrino ist möglich, aber nicht nachgewiesen)

Material:

Vektorfelder $W_\mu^{1,2,3}$ und B_μ mit

$$W^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(W^1 - iW^2)$$

$$Z = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}}(W^3 - B)$$

$$W^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(W^1 + iW^2)$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \left(\frac{g'}{g} W^3 + \frac{g}{g'} B \right)$$

2×2 Matrizen aus Vektorfeldern:

$$\mathbf{W}_\mu = W_\mu^a \frac{\tau^a}{2} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 & W_\mu^1 - iW_\mu^2 \\ W_\mu^1 + iW_\mu^2 & -W_\mu^3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_\mu = B_\mu \frac{\tau^3}{2} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} B_\mu & 0 \\ 0 & -B_\mu \end{pmatrix}$$

Feldstärketensoren:

$$\mathbf{W}_{\mu\nu} = \partial_\mu \mathbf{W}_\nu - \partial_\nu \mathbf{W}_\mu + i[\mathbf{W}_\mu, \mathbf{W}_\nu],$$

$$\mathbf{B}_{\mu\nu} = \partial_\mu \mathbf{B}_\nu - \partial_\nu \mathbf{B}_\mu,$$

Kovariante Ableitungen:

$$D_{L\mu} = \partial_\mu + i \left(q - \frac{\tau^3}{2} \right) B_\mu + iW_\mu^a \frac{\tau^a}{2},$$

$$D_{R\mu} = \partial_\mu + iqB_\mu,$$

Lagrangefunktion:

$$\mathcal{L} = \bar{L}_L i \not{D}_L L_L + \bar{L}_R i \not{D}_R L_R - \frac{1}{2g^2} \text{Tr} \mathbf{W}_{\mu\nu} \mathbf{W}^{\mu\nu} - \frac{1}{2g'^2} \text{Tr} \mathbf{B}_{\mu\nu} \mathbf{B}^{\mu\nu} \\ + \frac{v^2}{4} \text{Tr} (\mathbf{W}_\mu - \mathbf{B}_\mu)^2 - m_e (\bar{L}_L L_R + \bar{L}_R L_L) - m_\nu \bar{L}_L^c \frac{1 + \tau^3}{2} L_L$$

Die Terme der ersten Zeile haben die elektroschwache Eichsymmetrie $SU(2) \times U(1)$:

$$L_L(x) \rightarrow e^{i\alpha_k(x)\tau^k + i\beta(x)(q - \tau^3/2)} L_L(x) \quad \equiv U(x) L_L(x) \\ L_R(x) \rightarrow e^{i\beta(x)q} L_R(x) \quad \equiv V(x) L_R(x)$$

Zahlenwerte:

$$g \approx 0.64 \quad g' \approx 0.35 \quad s_w/c_w = g'/g \approx 0.55$$

Die Terme der zweiten Zeile haben nicht diese Symmetrie, aber (in natürlichen Einheiten) sehr kleine Vorfaktoren

$$v = 246 \text{ GeV} = 2 \times 10^{-17} \quad m_e = 511 \text{ keV} = 5 \times 10^{-23} \quad m_\nu = \dots$$

Warum?

⇒ Gesucht: *Theorie der elektroschwachen Symmetriebrechung*

... ist das wirklich ein Problem?

- * In einem Modell mit selbstgekoppelten (massiven) Vektorbosonen wachsen einige Streuamplituden mit der Energie an, falls nicht eine exakte Eichsymmetrie vorliegt.

Ursache: Longitudinaler Polarisationsvektor zu Impuls $p = (E, \mathbf{p})$ und Masse M

$$\epsilon_L = \frac{1}{M} \left(|\mathbf{p}|, E \frac{\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} \right) \rightarrow \frac{p}{M} \quad \text{falls } |\mathbf{p}| \gg M$$

Beispiel: $I = J = 0$ Amplitude (Partialwelle) für elastische WW/ZZ -Streuung (longitudinal polarisiert) und $s \gg M^2$:

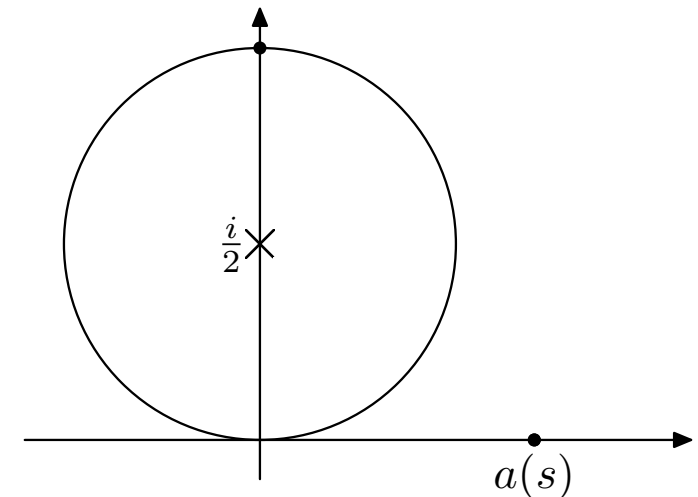
$$a_{00}(s) = \frac{s}{16\pi v^2}$$

Das optische Theorem (Unitarität der Streumatrix) schreibt für elastische Streuung vor

$$|a(s) - i/2| = 1/2$$

d.h. die Amplitude erhält einen Imaginärteil und ist beschränkt.

⇒ Störungsentwicklung unbrauchbar für $E > \sqrt{8\pi} v = 1.2 \text{ TeV}$: *keine theoretische Vorhersage*



Alternative Beschreibung: Nichtlineare Symmetrie

Ausgangspunkt:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{L}_L i \not{D}_L L_L + \bar{L}_R i \not{D}_R L_R - \frac{1}{2g^2} \text{Tr} \mathbf{W}_{\mu\nu} \mathbf{W}^{\mu\nu} - \frac{1}{2g'^2} \text{Tr} \mathbf{B}_{\mu\nu} \mathbf{B}^{\mu\nu} \\ & + \frac{v^2}{4} \text{Tr} (\mathbf{W}_\mu - \mathbf{B}_\mu)^2 - m_e (\bar{L}_L L_R + \bar{L}_R L_L) - m_\nu \bar{L}_L^c \frac{1 + \tau^3}{2} L_L \end{aligned}$$

Füge 2×2 -Matrix $\Sigma(x)$ ein mit

$$\Sigma^\dagger \Sigma = 1, \quad \langle \Sigma \rangle = 1 \quad \text{und} \quad \Sigma(x) \rightarrow U(x) \Sigma V(x)^\dagger$$

d.h. die kovariante Ableitung ist

$$\mathbf{D}_\mu \Sigma(x) = \partial_\mu \Sigma(x) + \mathbf{W}_\mu \Sigma(x) - \Sigma(x) \mathbf{B}_\mu$$

so daß

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{L}_L i \not{D}_L L_L + \bar{L}_R i \not{D}_R L_R - \frac{1}{2g^2} \text{Tr} \mathbf{W}_{\mu\nu} \mathbf{W}^{\mu\nu} - \frac{1}{2g'^2} \text{Tr} \mathbf{B}_{\mu\nu} \mathbf{B}^{\mu\nu} \\ & + \frac{v^2}{4} \text{Tr} (\mathbf{D}_\mu \Sigma)^\dagger (\mathbf{D}^\mu \Sigma) - m_e (\bar{L}_L \Sigma L_R + \bar{L}_R \Sigma^\dagger L_L) - m_\nu \bar{L}_L^c \Sigma^* \frac{1 + \tau^3}{2} \Sigma L_L \end{aligned}$$

\Rightarrow Lagrangefunktion ist invariant

Mögliche Parametrisierung:

$$\Sigma(x) = \exp\left(-\frac{i}{v}\mathbf{w}(x)\right) \quad \text{mit} \quad \mathbf{w}(x) = w^a(x)\tau^a$$

Diese Matrix enthält drei Skalarfelder w^1, w^2, w^3 oder

$$w^\pm(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(w^1(x) \mp iw^2(x)), \quad z(x) = w^3(x)$$

Die Eichtransformationen der Skalarfelder sind nichtlinear.

Diese Felder sind unphysikalisch, und die S-Matrix für die physikalischen Zustände ist identisch zur S-Matrix für $\mathbf{w} \equiv 0$ (unitäre Eichung).

Die Skalarfelder sind jedoch nützlich, denn für $E \gg M_W$ sind ihre Streuamplituden identisch zu den Streuamplituden für longitudinal polarisierte Vektorbosonen (Äquivalenztheorem).

In dieser Darstellung ist die Eichsymmetrie nicht durch Massenterme weich (*soft*) gebrochen, sondern durch die Dynamik des Σ -Feldes *spontan* gebrochen: Für allgemeines $\Sigma(x)$ ist die Theorie eichinvariant, der Grundzustand ist nach Definition jedoch $\Sigma = 1$, also nicht eichinvariant. Jeder andere Grundzustand mit $\mathbf{w} = \text{const.}$ ist äquivalent dazu.

⇒ Weiche und spontane Brechung sowie nichtlineare Darstellung der Eichsymmetrie sind äquivalent.

Spontane Brechung der Eichsymmetrie?

Theorem: Eine lokale Symmetrie kann nicht spontan gebrochen sein, d.h. es gibt immer eine Eichtransformation, die einen lokalen Grundzustand in einen anderen überführt.

Lösung des Widerspruchs: Spontan gebrochen ist nicht die lokale Symmetrie, sondern die Symmetrie im Unendlichen. Für asymptotische Zustände verschwindet die Wechselwirkung. Daher ist

$$\langle \Sigma(\infty) \rangle = 1$$

wohldefiniert, während für jedes endliche x die Gleichung $\langle \Sigma(x) \rangle = 1$ eine willkürliche Wahl der Eichung darstellt.

[Goldstone-Theorem: Bei spontaner Symmetriebrechung existieren masselose Skalare, die Goldstone-Bosonen. Dies sind die Skalare w^+ , w^- , z . Sie entkoppeln jedoch (zusammen mit den Fadeev-Popov-Geistern) von den physikalischen Zuständen. Das Goldstone-Theorem ist nicht verletzt, weil die Metrik der Quantenfeldtheorie nicht positiv definit ist.]

Das Spektrum der Theorie (Teilchenmassen) wird nur durch das Verhalten im Unendlichen bestimmt. Daher sind Elektron und Neutrino unterscheidbar, und die W - und Z -Bosonen vermitteln keine langreichweitige Wechselwirkung wie das Photon.

Lokal liegt jedoch eine Eichsymmetrie vor. Dies ist für die Renormierung der Theorie relevant.

Beispiel für spontane Brechung einer Eichsymmetrie: **Supraleiter**

Meissner-Effekt: Magnetfelder dringen nicht in einen Supraleiter ein. Das Magnetfeld ist mit einem Faktor $e^{-\mu x}$ gedämpft.

Dies entspricht im Impulsraum einem Propagator $1/(p^2 - \mu^2)$. Das Photon hat eine Masse μ , die QED-Eichsymmetrie ist gebrochen.

Die klassischen Maxwellgleichungen werden durch ein skalares Feld ϕ modifiziert, analog dem Feld $\langle \Sigma(\infty) \rangle$ der elektroschwachen Theorie. Die Phase von ϕ ist observabel: Wenn die Phase zweier Supraleiter unterschiedlich ist, fließt am Kontakt ein Wechselstrom (Josephson-Effekt).

Hier liegt eine spontane Symmetriebrechung vor, und es gibt einen Phasenübergang 2. Ordnung zwischen der supraleitenden (Ordnungsparameter $\phi \neq 0$) und der nicht supraleitenden ($\phi = 0$) Phase.

BCS-Theorie: Das klassische Feld ϕ wird durch ein Kondensat aus Elektronpaaren $\langle e_{\uparrow} e_{\downarrow} \rangle \neq 0$ erzeugt (Cooper-Paare). Ursache des Kondensats ist eine schwache Wechselwirkung zwischen Elektronen über Gitterschwingungen (Phononen), die direkt an der Fermikante effektiv stark ist.

Zusammenfassung I

- Atome und Festkörper existieren und haben eine feste Ausdehnung, weil die Elektronmasse als Parameter der QED nicht verschwindet.
- Die Elektronmasse ist keine gewöhnliche (d.h. Majorana-)Fermionmasse, sondern die Kopplung zweier verschiedener Teilchen ℓ_L, ℓ_R^c . Die elektroschwache Symmetrie würde diese Kopplung verbieten, ist also (weich) gebrochen.
- Weiche und spontane Symmetriebrechung sind zueinander äquivalent: Hilfsfeld Σ mit Vakuumerwartungswert
- Analog ist in einem Supraleiter die Eichsymmetrie der QED spontan gebrochen. Als Ursache nennt die BCS-Theorie eine zusätzliche Wechselwirkung zwischen Elektronen, die für bestimmte Konfigurationen stärker als die QED ist und zu einem Kondensat aus Elektronpaaren führt.

Dynamische Erklärung der elektroschwachen Symmetriebrechung?

analog zur BCS-Theorie: zusätzliche starke Wechselwirkung zwischen Teilchen, die auch der schwachen Wechselwirkung unterliegen.

- ?? Elektronen: unwahrscheinlich (Messung von Kontaktwechselwirkungen zwischen Elektronen bei LEP schließt dies im wesentlichen aus).
- ?? Neutrinos: linkshändige ausgeschlossen wie Elektronen. Im Prinzip könnte eine Wechselwirkung ausschließlich zwischen rechtshändigen Neutrinos vorliegen. Die Masse der rechtshändigen Neutrinos liegt aber vermutlich bei 10^{10} GeV, falls sie existieren.
- ?? Leichte Quarks: Die QCD-Wechselwirkung würde im Prinzip den Zweck erfüllen. Ansonsten sind neue Wechselwirkungen zwischen Quarks fast so stark eingeschränkt wie zwischen Elektronen.
- ?? Schwere Quarks: möglich, insbesondere über die Eigenschaften des Top-Quarks ist wenig bekannt.
- ?? Neue Teilchen (z.B. Techniquarks): nicht beobachtet, aber auch nicht ausgeschlossen

QCD?

Modell von Nambu und Jona-Lasinio:

Wechselwirkung zwischen Quarks wird durch Gluonen vermittelt \Rightarrow ersetze dynamische Gluonen durch Kontaktwechselwirkung

$$\frac{1}{q^2} \rightarrow \frac{1}{-\Lambda^2}$$

Effektive Lagrangefunktion ($N_c \gg 1$):

$$\mathcal{L} = \bar{q}_L i \not{\partial} q_L + \bar{q}_R i \not{\partial} q_R + \frac{g_0^2}{\Lambda^2} (\bar{q}_L q_R) (\bar{q}_R q_L)$$

Grundzustand?

Führe Hilfsfeld H ein: Bewegungsgleichung $H = (g_0/\Lambda^2) \bar{q}_R q_L$

$$\mathcal{L} = \bar{q}_L i \not{\partial} q_L + \bar{q}_R i \not{\partial} q_R + g_0 (\bar{q}_L H q_R + \bar{q}_R H^\dagger q_L) - \Lambda^2 H^\dagger H$$

Betrachte System bei größeren Abständen: Ausintegration der Fermionmoden zwischen Λ^2 und $\mu^2 \ll \Lambda^2$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}} = & \bar{q}_L i \not{\partial} q_L + \bar{q}_R i \not{\partial} q_R + g_0 (\bar{q}_L H q_R + \bar{q}_R H^\dagger q_L) \\ & + Z_H(\mu) |\partial_\lambda H|^2 - \tilde{\mu}_H^2(\mu) H^\dagger H - \tilde{\lambda}_H(\mu) (H^\dagger H)^2 + O(1/\Lambda^2) \end{aligned}$$

Kanonische Normierung des H -Feldes (Higgs-Feld): $H \rightarrow H/Z_H^{1/2}$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}} = & \bar{q}_L i \not{\partial} q_L + \bar{q}_R i \not{\partial} q_R + g(\mu) (\bar{q}_L H q_R + \bar{q}_R H^\dagger q_L) \\ & + |\partial_\lambda H|^2 - \mu_H^2(\mu) H^\dagger H - \lambda_H(\mu) (H^\dagger H)^2 + \dots \end{aligned}$$

Lösung der Renormierungsgruppengleichung ($N_c \gg 1$):

$$g(\mu)^2 = \frac{16\pi^2}{N_c \log(\Lambda^2/\mu^2)}, \quad \mu_H^2(\mu) = \Lambda^2 \frac{1 - 2N_c \frac{g^2}{16\pi^2}}{\frac{g^2}{16\pi^2} N_c \log(\Lambda^2/\mu^2)}, \quad \lambda_H(\mu) = \frac{16\pi^2}{N_c \log(\Lambda^2/\mu^2)}$$

Falls g einen kritischen Wert überschreitet, ist μ_H^2 negativ. Das Potential wird minimiert für

$$|\langle H \rangle|^2 = v_{\text{QCD}}^2/2 = -\frac{\mu_H^2}{\lambda} = \Lambda^2 \frac{2N_c \frac{g^2}{16\pi^2} - 1}{2g^2} \quad \text{falls } g^2 > \frac{8\pi^2}{N_c}$$

Confinement: Der kritische Wert von g wird in jedem Fall überschritten, allerdings ist $v \sim \Lambda_{\text{QCD}} \lesssim 1 \text{ GeV}$. Dem Higgs-Feld entspricht i.a. kein Teilchen, denn $m_H \sim \Lambda$.

QCD ist *nicht* für die elektroschwache Symmetriebrechung verantwortlich, da

$v_{\text{QCD}} \ll v = 246 \text{ GeV}$. Stattdessen ist aber wegen $\langle \bar{q}_L q_R \rangle = \langle H \rangle \neq 0$ die chirale Symmetrie auch für Quarks gebrochen, die keine elektroschwache Masse erhalten. Die effektiven Quarkmassen sind von der Größenordnung 300 MeV (Konstituentenmassen).

Resultate des Nambu/Jona-Lasinio-Modells:

- Die chirale Symmetriebrechung der QCD wird erklärt, damit auch die Protonmasse (1 GeV)
- Ein Higgs-Boson der QCD (σ) existiert vermutlich nicht als dynamischer Freiheitsgrad. Experimentell ist die σ -Resonanz nur andeutungsweise sichtbar, $m_\sigma \approx 1$ GeV.
- Das Higgs-Boson würde der Komponente in H proportional zur Einheitsmatrix entsprechen.
- **Goldstone-Theorem:** Den chiralen Transformationen des Quark-Kondensats entsprechen (pseudo-)skalare Mesonen $\pi^{\pm 0}$, $K^\pm/K_S/K_L$, η , die masselos wären, wenn die Quarks nicht auch eine elektroschwache Masse hätten. Diese skalaren Freiheitsgrade entsprechen den Einträgen der Matrix H , die nicht proportional zur Einheitsmatrix sind.
- Die Pion-Zerfallskonstante kann mit dem Kondensat v identifiziert werden. Experimentell ist $v_{\text{QCD}} = F_\pi = 135$ MeV.

⇒ Die Existenz der Pionen wie auch die Tatsache, daß $F_\pi \ll v = 246$ GeV, schließt QCD als Erklärung der elektroschwachen Symmetriebrechung aus.

Analoge Erklärung der elektroschwachen Symmetriebrechung: **Technicolor** (Weinberg, Susskind)

Annahme: Es existiert eine weitere QCD-artige Wechselwirkung, deren Kopplung g_{TC} bei einigen TeV stark wird und Confinement wie auch chirale Symmetriebrechung aufweist.

Die beobachtbaren Fermionen (Quarks und Leptonen) unterliegen nicht der Technicolor-Wechselwirkung. Zusätzliche masselose Fermionen (Techniquarks) existieren, sind aber nicht beobachtbar (Confinement).

Vorhersagen:

- Vermutlich kein Higgs-Boson
- Die Wechselwirkung zwischen longitudinal polarisierten W -Bosonen = unphysikalische Techni-Mesonen wird im TeV-Bereich stark und weist womöglich Resonanzen auf, analog zur $\pi\pi$ -Streuung (ρ -Resonanz bei 770 GeV)
- Zu erwarten sind weitere Techni-Mesonen sowie Techni-Baryonen bei einigen TeV.
- Das leichteste Techni-Baryon ist womöglich stabil (dunkle Materie)
- Streuexperimente im Multi-TeV-Bereich: Technijets = Bündel aus Technibaryonen und Technimesonen, die in W , Z und schwere Quarks zerfallen

Es ist aber nicht so einfach:

Der Technicolor-Mechanismus erzeugt W - und Z -Boson-Massen, aber keine elektroschwachen Massen für Quarks und Leptonen. Schließlich erzeugt die QCD ja auch keine Masse für das Elektron.

Ausweg (*Extended Technicolor*): Es gibt eine weitere Wechselwirkung (X -Bosonen), die Quarks/Leptonen mit Techniquarks verknüpft

$$\mathcal{L} = \bar{q} X Q + \bar{\ell} X Q + \dots$$

Wenn die Techni-Leptoquark-Bosonen X sehr massiv sind, entstehen effektiv Kontakt-Wechselwirkungen der Form

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \alpha(\bar{Q}Q)(\bar{Q}Q) + \beta(\bar{Q}Q)(\bar{q}q) + \gamma(\bar{q}q)(\bar{q}q)$$

Wie in der QCD erwarten wir chirale Symmetriebrechung, d.h. es gibt ein Kondensat $\langle \bar{Q}Q \rangle \lesssim 1 \text{ TeV}$

Resultate:

- α Die Techniquarks erhalten Nicht-TC-Massen, und die Techni-Pionen sind i.a. nicht mehr masselos
- β Die Quarks und Leptonen erhalten Massen und Mischungsmatrizen
- γ Es gibt Vier-Quark/Lepton-Operatoren, darunter auch solche wie $(\bar{s}d)(\bar{d}s)$. Solche Operatoren induzieren z.B. K/\bar{K} -Mischung und sind damit stark eingeschränkt

Diese Schwierigkeiten haben dazu geführt, Technicolor in der einfachsten Form auszuschließen. Konkret ist es problematisch,

- * gleichzeitig die Abwesenheit von K/\bar{K} -Mischungstermen und die Top-Masse zu erklären,
- * die durch Techniquark-Loops induzierte Mischung zwischen B - und W^3 -Vektorboson mit den Messungen von LEP zu vereinbaren,
- * alle Techni-Mesonen schwer genug zu machen, daß die Ausschlußgrenzen von LEP und Tevatron erfüllt werden.

Möglicher Ausweg:

Walking Technicolor

Falls, anders als in der QCD, die laufende Technicolor-Kopplung über *mehrere Größenordnungen* nahezu konstant (und groß) ist, sind einige Probleme lösbar:

Wenigstens die Massen der ersten zwei Quarkgenerationen sind mit der Abwesenheit von Flavor-ändernden neutralen Strömen verträglich. Die Mischung zwischen B und W^3 ist nicht wie in der QCD berechenbar, da die Techniquarks bei TeV-Skalen (noch) keine relevanten Freiheitsgrade darstellen.

Dies wäre, näherungsweise, eine *konforme Feldtheorie*

Statt neue Fermionen einzuführen, könnten auch unbekannte Wechselwirkungen der bekannten Fermionen über den NJL-Mechanismus (bzw. BCS) die elektroschwache Symmetriebrechung verursachen.

Dafür kommt eigentlich nur noch das Top-Quark in Frage.

Ansatz: **Top-Quark-Kondensation** durch Kontakt-Wechselwirkung (Bardeen, Hill, Lindner)

$$\mathcal{L}_{tc} = -\frac{g^2}{\Lambda^2} (\bar{q}_L t_R) (\bar{t}_R q_L) \quad \text{mit} \quad q_L = \begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix}$$

Falls $g > g_{\text{crit}}$, ergibt sich ein Higgs-Feld-Kondensat aus

$$\langle H \rangle = \langle \bar{t}_L t_R \rangle$$

und Goldstone-Bosonen als gebundene Zustände $t_L \gamma_5 t_R$ und $b_L \gamma_5 t_R$, die als longitudinale W und Z -Bosonen aus dem Spektrum verschwinden.

Leider...

ist mit $M = 1 \text{ TeV}$ die Top-Masse etwa gleich **600 GeV**. Das ist mit Sicherheit ausgeschlossen. Um $m_t \approx 170 \text{ GeV}$ zu erreichen, sind in diesem Modell erhebliche Klimmzüge notwendig.

Aber Theoretiker geben nicht so leicht auf. . .

1. Dynamische Erklärung der Kontakt-Wechselwirkung durch Austausch von Eichbosonen:

Topcolor (Hill)

Top und Bottom koppeln an andere Gluonen als die leichten Quarks, d.h. die QCD-Eichgruppe ist in Wirklichkeit $SU(3) \times SU(3)$. Bei 1 TeV reduziert sich das durch (dynamische?) Symmetriebrechung zu $SU(3)$, und es bleibt ein Oktett massiver Gluonen, die an das Top und Bottom-Quark koppeln. Der Austausch dieser Top-Gluonen erzeugt den gewünschten Kontaktterm, ohne daß Confinement vorliegt.

Komplikation: Wir wollen $\langle \bar{t}t \rangle$, aber nicht $\langle \bar{b}b \rangle$. Dazu braucht man eine weitere "Hyperladung" $U(1)'$, die Top von Bottom unterscheidet. Dieser Eichgruppe entspricht dann ein schweres Z' -Boson.

2. Beobachtung: In Topcolor ist das Top-Quark zu schwer. In Technicolor ist das Top- (und Bottom-)Quark zu leicht.

⇒ **Topcolor-assisted technicolor**: Beide Mechanismen sind gleichzeitig am Werk. Bei einigen TeV liegt eine komplizierte Struktur von Eichgruppen vor, deren Brechung miteinander verzahnt ist.

Phänomenologie: WW -Streuung, schweres Higgs, anomale Kopplungen des Top-Quarks und Top-Pionen (Goldstone-Bosonen koppeln bevorzugt an Top und Bottom), schwere Coloronen (Top-Gluonen)

3. Alternative: Neues Paar von Quarks χ_L, χ_R mit Top-Quantenzahlen und Massenmatrix

$$\mathcal{L}_m = - \begin{pmatrix} \bar{t}_L & \bar{\chi}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \mu \\ m_0 & M_\chi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_R \\ \chi_R \end{pmatrix}$$

$\mu \approx 600 \text{ GeV}$ (Top-Kondensation) und $M_\chi > 1 \text{ TeV}$. Der Eintrag links oben ist durch die Struktur der Topcolor-Symmetrien verboten.

Diagonalisieren der Massenmatrix:

$$m_1^2 \approx \frac{m_0^2 \mu^2}{M_\chi^2 + m_0^2 + \mu^2}$$

$$m_2^2 \approx M_\chi^2 + m_0^2 + \mu^2$$

\Rightarrow leichtes (t) und schweres (T) Top-Quark als Superpositionen von t und χ

Phänomenologie: Nicht nur die realistische Top-Masse, sondern auch ein effektives leichtes Higgs-Boson H sind möglich, tatsächlich ein gebundener Zustand aus t und T . Die LEP-Schranken für anomale Mischungseffekte der Eichbosonen werden in einem großen Parameterbereich erfüllt, wobei die T -Masse typischerweise einige TeV beträgt.

Zusammenfassung II

Direkte dynamische Brechung der elektroschwachen Symmetrie

- Alle Modelle verlangen eine starke Wechselwirkung, entweder zwischen W -Bosonen oder zwischen Top-Quarks, oder beides
- Vorhersagen sind neue skalare Bosonen (eher leicht) und Fermionen (eher schwer) sowie Vektorbosonen (eher schwer). Das Higgs-Boson ist eher schwer oder gar nicht realisiert.
- Möglicherweise schließt die Dynamik der elektroschwachen Symmetriebrechung auch die QCD mit ein
- Eine vollständige Beschreibung der Flavor-Physik mit Massenhierarchien und Mischungsmatrizen erfordert komplizierte Modelle mit vielen Massenskalen und Eichgruppen. Eine Vereinheitlichung aller Wechselwirkungen scheint in weiter Ferne.

Gemeinsame Eigenschaft aller dynamischen Modelle ist aber eine natürliche Erklärung der Kleinheit der elektroschwachen Skala, denn:

Alle Massenskalen werden im Prinzip durch Exponentialfaktoren erzeugt, analog zur QCD

$$\Lambda_{\text{QCD}} = M_{\text{Planck}} \exp\left(-\frac{8\pi^2}{7g_0^2}\right),$$

was mit $g_0 = 1/2$ (zufällig?) den erstaunlich genauen Wert liefert

$$\Lambda_{\text{QCD}} = 2.5 \times 10^{-20} M_{\text{Planck}} = 300 \text{ MeV}$$

Geht es auch einfacher?

Higgs/Kibble; Glashow/Salam/Weinberg: **Standardmodell**

In den dynamischen Modellen läßt sich das Hilfsfeld H definieren, daß nach Ausintegration schwerer Moden zu einem dynamischen Feld wird. Die Lagrangefunktion ist

$$\mathcal{L} = |D_\mu H|^2 - \mu_H^2 H^\dagger H - \lambda_H (H^\dagger H)^2$$

Das Minimum des Potentials für dieses Feld liegt bei $v^2 = -\mu_H^2/\lambda_H$, falls $\mu_H^2 < 0$.

Wenn $|\mu_H^2|$ hinreichend klein (verglichen mit dem Cutoff Λ) ist, kann man den Fluktuationen des H -Feldes ein physikalisches Teilchen zuordnen. Mit der Parametrisierung

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{2} w^+ \\ v + h + iz \end{pmatrix}$$

ist die effektive Lagrangefunktion für das Feld h (ohne Fermionen)

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} |\partial_\mu h|^2 - \frac{m_h^2}{2} h^2 - \frac{m_h^2}{2v} h^3 - \frac{m_h^2}{8v^2} h^4 - \left(M_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu Z^\mu \right) \left(1 + \frac{h}{v} \right)^2$$

wobei $m_h = \sqrt{2\lambda_H} v$. Terme mit Vorfaktor $(1/\Lambda)^n$ sind vernachlässigt.

⇒ Falls $m_h, M_W \ll \Lambda$ gilt, sind alle Kopplungen bekannt, sobald m_h gemessen ist.

Alternative Formulierung: Chirale Lagrangefunktion

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & \bar{L}_L i \not{D}_L L_L + \bar{L}_R i \not{D}_R L_R - \frac{1}{2g^2} \text{Tr} \mathbf{W}_{\mu\nu} \mathbf{W}^{\mu\nu} - \frac{1}{2g'^2} \text{Tr} \mathbf{B}_{\mu\nu} \mathbf{B}^{\mu\nu} \\ & + \frac{v^2}{4} \text{Tr} (\mathbf{D}_\mu \Sigma)^\dagger (\mathbf{D}^\mu \Sigma) - m_e (\bar{L}_L \Sigma L_R + \bar{L}_R \Sigma^\dagger L_L) - m_\nu \bar{L}_L^c \Sigma^* \frac{1 + \tau^3}{2} \Sigma L_L\end{aligned}$$

Füge geeignete Terme aus $\Sigma^\dagger \Sigma = 1$ hinzu und ersetze

$$\Sigma \rightarrow \mathcal{H} = (v + h) \Sigma$$

⇒ Lagrangefunktion mit matrixwertigem Higgsfeld \mathcal{H}

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & \bar{L}_L i \not{D}_L L_L + \bar{L}_R i \not{D}_R L_R - \frac{1}{2g^2} \text{Tr} \mathbf{W}_{\mu\nu} \mathbf{W}^{\mu\nu} - \frac{1}{2g'^2} \text{Tr} \mathbf{B}_{\mu\nu} \mathbf{B}^{\mu\nu} \\ & + \frac{1}{4} \text{Tr} (\mathbf{D}_\mu \mathcal{H})^\dagger (\mathbf{D}^\mu \mathcal{H}) - \frac{m_e}{v} (\bar{L}_L \mathcal{H} L_R + \bar{L}_R \mathcal{H}^\dagger L_L) - \frac{m_\nu}{v^2} \bar{L}_L^c \mathcal{H}^* \frac{1 + \tau^3}{2} \mathcal{H} L_L \\ & - \frac{\mu_H^2}{4} \text{Tr} \mathcal{H}^\dagger \mathcal{H} - \frac{\lambda_H}{16} (\text{Tr} \mathcal{H}^\dagger \mathcal{H})^2\end{aligned}$$

Lineare Darstellung:

$$\text{Ersetze } \mathcal{H} = (v + h) \exp \left(-\frac{i}{v} \mathbf{w} \right) \text{ durch } \mathcal{H} = ((v + h) - i\mathbf{w}) = \begin{pmatrix} v + h - iz & -i\sqrt{2} w^+ \\ i\sqrt{2} w^- & v + h + iz \end{pmatrix}$$

Das Standardmodell erscheint als effektive Theorie unterhalb der Cutoff-Skala Λ , falls der Higgs-Massenparameter $|\mu_H^2|$ hinreichend klein ist.

Lineare Darstellung der Symmetrie \Rightarrow renormierbare Theorie

\Rightarrow Unitarität gewährleistet bis zum Cutoff Λ .

Ist also h ein elementares Feld?

Hierarchieproblem! Der Higgs-Massenparameter μ_H^2 ist durch keine Symmetrie verboten. Die Frage ist also jetzt nicht, warum er nicht Null ist, sondern warum er nicht von der Ordnung Λ^2 ist

\Rightarrow **Naturalness-Problem**

Im NJL-Modell ist es nur durch Fine-Tuning der Parameter möglich, $|\mu_H^2| \ll \Lambda^2$ zu erreichen.

Entsprechend divergieren im Standardmodell die Strahlungskorrekturen zum Parameter μ_H^2 quadratisch mit dem Cutoff.

\Rightarrow Das Standardmodell ist zwar mathematisch konsistent und im Prinzip fortsetzbar bis zur Planck-Skala (falls $m_H \approx 150$ GeV), löst aber nicht das Problem der elektroschwachen Symmetriebrechung.

Mögliche Erklärung des Naturalness-Problems:

- * Das effektive Higgs-Potential an der Cutoff-Skala (oder zumindest die Higgs-Masse) ist in führender Ordnung Null:

$$\mathcal{L}_H(\Lambda) = -|D_\mu H|^2 - \sum_f \sqrt{2} \frac{m_f}{v} (\bar{f}_L H f_R + \bar{f}_R H^\dagger f_L)$$

Das ist nicht das NJL-Modell, denn dort verschwindet der *kinetische* Term an der Cutoff-Skala, bzw. bei kanonischer Normierung divergieren alle Terme im Potential.

Dann wird durch Strahlungskorrekturen ein Potential induziert. Dieses

Coleman-Weinberg-Potential ist dadurch bestimmt, daß man für alle Teilchen des Modells die Masse als Funktion des Higgs-Erwartungswerts h ausrechnet und summiert:

$$\mathcal{L} \propto \frac{1}{16\pi^2} \sum_i \pm M_i(h)^4 \log \frac{M_i(h)^2}{\Lambda^2}$$

Die Ableitungen nach h ergeben dann das Higgs-Potential.

Mit der richtigen Balance zwischen Bosonen und Fermionen ist das effektive μ_H^2 negativ, und die elektroschwache Symmetrie wird *radiativ* gebrochen.

Mit welchem Grund sollte das Potential (an der Skala Λ) verschwinden?

Goldstone-Theorem: Eine spontan gebrochene Symmetrie, die keine Eichsymmetrie ist, ist mit der Existenz von Skalarteilchen verbunden, deren Potential verschwindet.

Goldstone-Boson-Matrix für $SU(2) \times U(1) \rightarrow U(1)$:

$$\Sigma(x) = \exp \frac{i}{v} \begin{pmatrix} z & \sqrt{2}w^+ \\ \sqrt{2}w^- & -z \end{pmatrix}$$

Analog z.B.: Dynamische Brechung einer Symmetrie $SU(5) \rightarrow SO(5)$

$$\Xi(x) = \left[\exp \frac{i\sqrt{2}}{F} \begin{pmatrix} \eta + \chi/\sqrt{2} & \chi^+ & \sqrt{2}w^+ & 2\phi^{++} & \sqrt{2}\phi^+ \\ \chi^- & \eta - \chi/\sqrt{2} & h + iz & \sqrt{2}\phi^+ & \sqrt{2}(\phi + i\phi') \\ \sqrt{2}w^- & h - iz & -4\eta & \sqrt{2}w^+ & h + iz \\ 2\phi^{--} & \sqrt{2}\phi^- & \sqrt{2}w^- & \eta + \chi/\sqrt{2} & \chi^- \\ \sqrt{2}\phi^- & \sqrt{2}(\phi - i\phi') & h - iz & \chi^+ & \eta - \chi/\sqrt{2} \end{pmatrix} \right] \Xi_0$$

$SU(2)$ -Quantenzahlen:

Triplett $\phi^{++}, \phi^+, (\phi/\phi')$ (komplex), Dublett $w^+, (h/z)$ (komplex), Triplett χ^+, χ^0, χ^- (reell),

Singlett η (reell) \Rightarrow 14 masselose Skalarteilchen

Alle Skarteilchen (bis auf η) haben Kopplungen an W, B . Damit gibt es ein CW-Potential, und wir erhalten effektive Massen der Ordnung F für alle Skalare.

⇒ Keine elektroschwache Symmetriebrechung?

Erweiterung des Modells (Arkani-Hamed, Georgi u.a.): Eichsymmetrie $SU(2) \times SU(2) \times U(1)$ mit Eichfeldern W_1 und W_2 sowie B .

- Die globale Symmetriebrechung $SU(5) \rightarrow SO(5)$ induziert eine Brechung der Eichsymmetrie $SU(2) \times SU(2) \times U(1) \rightarrow SU(2) \times U(1)$
- Damit ergibt sich ein **massives Triplet** W_H (Masse $\sim F$, einige TeV) und ein masseloses Triplet W_L (SM)
- Die Felder χ koppeln an die longitudinalen Moden von W_H und verschwinden aus dem Spektrum.
- Die CW-Potentiale von W_L und W_H addieren sich für die Felder ϕ . Dies sind **skalare Teilchen mit Massen $\sim F$** , einige TeV.
- Die CW-Potentiale von W_L und W_H *subtrahieren* sich für die Felder w^+, w^-, h, z . Damit haben wir ein **Higgs-Dublett**, dessen Potential an der Cutoff-Skala F verschwindet.

Unterhalb der Skala F (einige TeV) haben wir das Spektrum des Standardmodells. Dynamische Symmetriebrechung findet nicht schon bei dieser Skala statt, sondern erst bei einem Vielfachen davon.

Fermionen brauchen wir auch noch, vor allem das Top-Quark:

Kopplung an links- und rechtshändiges Dublett (t, b) sowie an ein neues Quark T , analog zu Topcolor. Das gleiche Prinzip wie für W_1 und W_2 bewirkt:

- **Massives Quark T** (einige TeV) und masseloses Dublett (t, b)
- CW-Potentiale von T und t subtrahieren sich wieder für w^+, w^-, h, z .

Unterhalb der Skala F : Für das effektive Standardmodell mit Higgs-Boson müssen wir wieder das CW-Potential berechnen. W_H und T fehlen aber nun im Spektrum.

⇒ Massenterm und quartische Kopplung für das Higgs-Dublett.

⇒ Der resultierende Massenterm μ_H^2 ist von der Größenordnung $(F/4\pi)^2$

⇒ Unterschiedliches Vorzeichen für Fermion- und Boson-Beitrag

Wenn der Fermion-Beitrag dominiert, wird die elektroschwache Symmetrie gebrochen. Wir haben drei Massenskalen:

1. $v = 246 \text{ GeV}$: Massen von W^\pm, Z , Higgs und t : Standardmodell
2. $F \sim \text{TeV}$: Massen von $W_H^\pm, Z_H, \phi^{0, \pm, \pm\pm}$ und T
3. $\Lambda \sim 10 \text{ TeV}$: Starke Wechselwirkung und dynamische Symmetriebrechung?

Außerdem: *Entweder* ein leichtes pseudoskalares Boson η *oder* noch ein Z'_H -Boson

Das war nur eine mögliche Konstruktion. Gemeinsame Eigenschaften aller **Little-Higgs-Modelle** sind:

- eine Hierarchie zwischen v , F und Λ
- zusätzliche Vektorbosonen, Skalare und Quarks mit Massen von der Größenordnung F (TeV-Bereich)
- keine starke Wechselwirkung bis in den TeV-Bereich
- entweder leichte pseudoskalare Teilchen η oder weitere Z' -Vektorbosonen

Das Spektrum unterhalb von F enthält im allgemeinen *mehr* als nur das Standardmodell. Weitere skalare Teilchen sind möglich und wahrscheinlich.

Mischungseffekte der verschiedenen Teilchen induzieren kleine Abweichungen für Observablen, die bei LEP und beim Linear Collider meßbar sind.

Am LHC besteht die Möglichkeit, die charakteristischen schweren Teilchen nachzuweisen (besonders Vektorbosonen Z' , W')

η -Pseudoskalare nachzuweisen ist schwierig, aber nicht unmöglich.

Typisch für derartige (schwach wechselwirkende) Modelle ist ein *nicht minimaler* skalarer Sektor. Alle leichten Skalare gruppieren sich in Multipletts der schwachen Wechselwirkung. Möglich sind

1. Singletts (η)
 2. Komplexe Dubletts ($w^+, z/h$)
 3. Reelle Tripletts (χ^+, χ, χ^-)
 4. Komplexe Tripletts ($\phi^{\pm\pm}, \phi^\pm, \phi/\phi'$)
- usw.

Diese Teilchen koppeln zunächst nur paarweise an W/Z sowie an (schwere) Fermionen.

Wenn ein Skalarfeld einen Vakuumerwartungswert hat (wie h), ist auch eine einfache Kopplung an W/Z möglich. Dafür bestehen aber Einschränkungen:

- * Singletts und Dubletts mit Vakuumerwartungswert erhalten die SM-Relation zwischen W - und Z -Masse:

$$M_W/M_Z = c_w$$

Alle anderen modifizieren sie.

Experimentell zu beantworten: Wieviele und welche leichten Skalare gibt es? Welche davon sind Higgs-Bosonen?

Typisches Beispiel: 2 Higgs-Dubletts

$$H_1 = \begin{pmatrix} H_1^+ \\ H_1^0 + iA_1^0 \end{pmatrix} \quad H_2 = \begin{pmatrix} H_2^+ \\ H_2^0 + iA_2^0 \end{pmatrix}$$

Higgs-Potential: Massen- und Mischterme von H_1 und H_2 sowie quartische Kopplungen.

Falls ein Mischterm $\mu^2 H_1^\dagger H_2$ existiert: Ein nichtverschwindender Vakuumerwartungswert $v_1 = \langle H_1 \rangle$ induziert einen linearen Term $\mu^2 v_1 H_2$ und damit auch einen Vakuumerwartungswert $v_2 = \langle H_2 \rangle$.

Das Verhältnis ist

$$\tan \beta = v_1/v_2$$

Physikalisches Spektrum:

- 3 Goldstone-Bosonen $w^+, z, w^- \Rightarrow$ unbeobachtbar, entsprechen W_L^+, Z_L, W_L^-
- 2 geladene skalare Bosonen H^+, H^-
- 1 neutrales pseudoskalares Boson A
- 2 neutrale skalare Bosonen h, H

Kopplungen an Fermionen: entweder nur H_1 (wie im SM), oder H_1 koppelt an Up-Typ-Quarks und H_2 an Down-Typ-Quarks

$$\Rightarrow m_u/m_d \sim \tan \beta \quad \Rightarrow \tan \beta \gg 1?$$

Little-Higgs-Modelle, Topcolor: Schwere Vektorbosonen, Fermionen und Skalare mit ähnlichen oder sogar identischen Eigenschaften wie die SM-Teilchen

⇒ Resonanzen? Wiederholung des Spektrums?

- Serie $W, W', W'', \dots; t_R, t'_R, t''_R, \dots; \text{ usw.}$?

⇒ **Resonanzspektrum wie bei Teilchen im Potentialtopf**. Dies kann man als ein Potential in einer 5. (6., 7., ...) Dimension interpretieren.

⇒ **Modelle mit Extra-Dimensionen**. Spektrum:

1. Teilchen in $D > 4$ Dimensionen: **Unendlich viele Resonanzen** (auch: Graviton-Resonanzen), Mischung untereinander, evtl. erhaltene Parität (Dunkle Materie).
2. Teilchen in 4 Dimensionen (auf dem Rand): Keine Resonanzen. Haben i.a. Formfaktoren und erscheinen effektiv wie **zusammengesetzte Teilchen** (Higgs?)

Wechselwirkungen und Mischungen (z.B. Flavorphysik) kann durch den Überlapp von Wellenfunktionen in $D > 4$ erklärt werden. Damit sind Exponentialfaktoren und Hierarchien nicht unnatürlich.

Insbesondere eine "warped" Dimension (Gravitation mit kosmologischer Konstante) hat als Lösung eine Exponentialfunktion e^{kx_5} in der Metrik, die das Hierarchieproblem erklären würde.

Aufgrund der AdS-CFT-Korrespondenz ist womöglich eine solche Theorie äquivalent zu einer (näherungsweise) konformen Feldtheorie, die wir als **Walking Technicolor** interpretieren würden.

Alternative zur Extra-Dimension x_5 :

Fermionische Extra-Dimension $\xi, \bar{\xi}$

⇒ Statt einer unendlichen Serie von Resonanzen mit gleichem Spin gibt es zu jedem Teilchen genau ein *Partnerteilchen mit um 1/2 geänderten Spin*. Alle Teilchen sind mit ihren Partnerteilchen entartet. In diesem Modell (**Supersymmetrie**) ist das (effektive) Higgs-Potential in seiner Form stark eingeschränkt:

- Das CW-Potential für Higgs-Bosonen verschwindet nicht nur in der ersten Ordnung, sondern in allen Ordnungen.

$$\mathcal{L} \propto \frac{1}{16\pi^2} \sum_i \pm M_i(h)^4 \log \frac{M_i(h)^2}{\Lambda^2} = 0$$

Damit kann auch der Cutoff Λ im Prinzip beliebig groß sein: $\Lambda = M_{\text{Planck}}$?

- Es gibt mindestens ein zweites Higgs-Dublett (**MSSM**)
- Massenterme für die Higgs-Dubletts H_1 und H_2 sind nicht möglich (Majorana-Massen). Nur ein Mischterm ist erlaubt (Dirac-Masse: μ -Parameter).
- Die Selbstkopplungen von Higgs-Bosonen sind gleich den quadrierten Eichkopplungen.

Brechung der Supersymmetrie durch zusätzliche Massenterme m_{SUSY} für die Partnerteilchen (weiche Brechung). Damit ist das CW-Potential nicht mehr Null, aber endlich. Besonders interessant ist der Beitrag von Top-Quark/Squark im CW-Potential, durch den der Vorfaktor von $|H_1|^2$ negativ werden kann: *radiative Symmetriebrechung*.

⇒ v ist proportional den SUSY-brechenden Massen. Die elektroschwache Symmetriebrechung ist durch die SUSY-Brechung induziert.

Leichtes Higgs h : Masse gleich Z -Masse (denn Selbstkopplung = Eichkopplung) plus dem Beitrag vom CW-Potential, d.h. $\sim m_t^2$. Die obere Schranke (MSSM) ist unterhalb von 140 GeV.

Diese Lösung des Problems ist gleichzeitig ein neues Problem: Die SUSY-Brechungsterme (Massen) m_{SUSY} sowie μ sind $\ll M_{\text{Planck}}$. Warum?

Ansatz: Weiche SUSY-Brechung ist im Prinzip äquivalent zu spontaner SUSY-Brechung. Allerdings ist das beobachtete Spektrum nur dann möglich, wenn die beobachteten Teilchen nicht direkt an das zugehörige Goldstone-Fermion (Goldstino) koppeln.

⇒ Modelle zur Erklärung der SUSY-Brechung brauchen i.a. einen *verborgenen Sektor*, in dem spontane SUSY-Brechung stattfindet. Die Felder in diesem Sektor haben keine $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ -Ladungen und können deswegen auch nicht als Teilchen an Beschleunigern erzeugt werden.

Lösung des SUSY-Hierarchieproblems:

1. **Dynamische Symmetriebrechung** im verborgenen Sektor (analog QCD)

2. **Kopplung an den beobachteten Sektor** durch

(a) **Supergravity**: Physik an der Planck-Skala, d.h. neue Wechselwirkungen der Form

$$\phi_{\text{MSSM}}^2 \frac{XY}{M_{\text{Planck}}^n} \quad \text{wobei} \quad \langle XY \rangle \ll M_{\text{Planck}}$$

Problem: **Flavorphysik**

(b) **Gauge Mediation**: Kopplung an Messenger-Felder, die ihrerseits SM-Ladungen haben.

Problem: **μ -Parameter**

(c) **Anomaly Mediation**: ausschließlich Gravitation

Problem: Quadrierte Sfermionmassen nicht positiv

(d) **Extra-Dimensionen**

Problem: **spekulativ**

Zusammenfassung III:

Schwach wechselwirkende Modelle (SM und Verwandte) enthalten observable **Higgs-Bosonen**, deren (effektives?) Potential vordergründig für die elektroschwache Symmetriebrechung verantwortlich ist.

Dies läßt jedoch die Frage nach der zugrundeliegenden Dynamik offen. Verschiedene Ideen:

- In **Little-Higgs-Modellen** ist das Higgs ein **Goldstone-Boson**, und ein effektives Standardmodell ergibt sich durch die spontane Brechung erweiterter Symmetrien im Multi-TeV-Bereich als Niederenergie-Grenzfall einer womöglich stark wechselwirkenden Theorie.
- In **Extra-Dimension-Modellen** ist das Higgs-Potential Resultat einer komplexen **Geometrie**, oder Unitarität wird bis zum Cutoff ganz ohne Higgs durch eine Folge von Resonanzen erreicht. Der Übergang zu stark wechselwirkenden Modellen ist fließend.
- In **supersymmetrischen Modellen** ist das Higgs-Potential Folge der **SUSY-Brechung**, die ihrerseits womöglich durch eine starke Wechselwirkung in einem verborgenen Sektor erklärt wird.

Alle Modelle sind vermutlich lediglich Idealisierungen/Grenzfälle, und der Realität kommen wir nur durch präzise und umfassende Messungen im TeV-Bereich auf die Spur. Kein Signal ist eindeutig!