

# ***B*-Physik und CP-Verletzung:**

## **Theoretische Grundlagen**

Robert Fleischer

DESY Hamburg, Theorie-Gruppe

32. Herbstschule für Hochenergiephysik,

Maria Laach, 05.–15. September 2000

(I)

# Teil I

- Beschreibung der CP-Verletzung im Standardmodell:
  - CKM-Matrix
  - **Wolfenstein-Parametrisierung**
  - Unitaritätsdreiecke
- CP-Verletzung im Kaonsystem:
  - **$\text{Re}(\varepsilon'/\varepsilon)$**
  - $K_L \rightarrow \pi^0 \nu \bar{\nu}$  und  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$
- Nichtleptonische  $B$ -Zerfälle:
  - **Effektive Niederenergie-Hamiltonoperatoren**
  - Elektroschwache Pinguine
  - “Faktorisierung”
- Formalismus der  $B_q^0 - \overline{B}_q^0$ -Mischung:
  - **Zeitentwicklung**
  - CP-Asymmetrien

## Teil II

- Wichtige Schlüsselzerfälle für die  $B$ -Fabriken:
  - $B_d \rightarrow J/\psi K_S$ : saubere Bestimmung von  $\beta$
  - $B_d \rightarrow \pi^+ \pi^-$ : Bestimmung von  $\alpha$
  - $B_d \rightarrow D^{(*)\pm} \pi^\mp$ : saubere Bestimmung von  $\gamma + 2\beta$
- CP-Verletzung in geladenen  $B$ -Zerfällen:
  - Amplitudenrelationen
  - $B_u^\pm \rightarrow K^\pm D$ : saubere Bestimmung von  $\gamma$
  - $B_c^\pm \rightarrow D_s^\pm D$ : saubere Bestimmung von  $\gamma$
- Das “El Dorado” für Hadronmaschinen:  $B_s$ -System
  - $B_s$ -Mischungsparameter
  - $B_s \rightarrow D_s^\pm K^\mp$ : saubere Bestimmung von  $\gamma - 2\delta\gamma$
  - $B_s \rightarrow J/\psi \phi$ : Bestimmung von  $\delta\gamma$

## Teil III

- Phänomenologie der  $B \rightarrow \pi K$  Zerfälle:
  - Liefern interessante Strategien für  $\gamma$ .
  - Die folgenden Kombinationen spielen eine zentrale Rolle:
    - \*  $B_d \rightarrow \pi^\mp K^\pm$  und  $B^\pm \rightarrow \pi^\pm K$
    - \*  $B^\pm \rightarrow \pi^0 K^\pm$  und  $B^\pm \rightarrow \pi^\pm K$
    - \*  $B_d \rightarrow \pi^\mp K^\pm$  und  $B_d \rightarrow \pi^0 K$ .
- Das  $B_d \rightarrow \pi^+ \pi^-$ ,  $B_s \rightarrow K^+ K^-$  System:
  - Erlaubt die gleichzeitige Bestimmung von  $\beta$  und  $\gamma$ .
  - Hat gewisse theoretische Vorteile im Vergleich mit den  $B \rightarrow \pi K$  Strategien.
- Bemerkungen über weitere seltene  $B$ -Zerfälle
  - $B \rightarrow K^* \gamma$ ,  $B_{s,d} \rightarrow \mu^+ \mu^-$ ,  $B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$ , ...
- Zusammenfassung und Ausblick

## Einige grundlegende Referenzen:

- G. Branco, L. Lavoura und J. Silva:

“CP Violation”,

International Series of Monographs on Physics 103, Oxford Science Publications (Clarendon Press, Oxford 1999).

- I.I. Bigi und A. I. Sanda:

“CP Violation”,

Cambridge Monographs on Particle Physics, Nuclear Physics and Cosmology (Cambridge University Press, Cambridge, 2000).

- A.J. Buras und R.F.:

“Quark Mixing, CP Violation and Rare Decays After the Top Quark Discovery”,

in Heavy Flavours II, Ed.'en A. Buras und M. Lindner (World Scientific, Singapore, 1998), S. 65–238 [hep-ph/9704376].

## Vorbemerkungen

- CP-Verletzung ist eines der zentralen und fundamentalen Phänomene der modernen Teilchenphysik.
- CP-Transformation:

C: Ladungskonjugation; P: Paritätstransformation.

- Die Elektroschwache Wechselwirkung ist weder invariant unter P, noch unter C.
- Für einige Jahre wurde jedoch geglaubt, dass das Produkt CP erhalten sei:

Beispiel:

$$\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e \xrightarrow{C} \pi^- \rightarrow e^- \nu_e^C \xrightarrow{P} \pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e.$$

- Es wurde dann 1964 experimentell gefunden, dass die elektroschwache Wechselwirkung nicht invariant unter CP-Transformationen ist:

⇒

CP-Verletzung.

- Die CP-Verletzung wurde bislang nur im neutralen Kaonsystem experimentell beobachtet. (*B-System* ...)

[J.H. Christenson et al., *Phys. Rev. Lett.* **13** (1964) 138]

- Indirekte Hinweise auf CP-Verletzung aus der Kosmologie:

- Eigenschaft unseres gegenwärtigen Universums:

Dominanz von Materie über Antimaterie!

- Verhältnis von Baryonen zu Photonen:  $N_B/N_\gamma \approx 10^{-10}$ .
- Es gab daher etwa  $10^{-6}$  Sekunden nach dem Urknall einen sehr kleinen Überschuß der Materie über die Antimaterie von  $10^{-10} : 1$ .

- Eine der notwendigen Voraussetzungen:

Die elementaren WW müssen CP (und C) verletzen!

- Darüber hinaus:

- Baryonzahl-Verletzung,
- Abweichung vom thermischen Gleichgewicht.

[A.D. Sakharov, *JETP Lett.* **5** (1967) 24]

- Es gibt jedoch Hinweise von Modellrechnungen, dass die CP-Verletzung im Standardmodell zu klein ist um die beobachtete Materie-Antimaterie-Asymmetrie zu erzeugen!

[Rubakov & Shaposhnikov (1996); Riotto & Trodden (1999)]

## Quantitative Studien der CP-Verletzung

- Vor allem das  $B$ -System erlaubt vielfältige experimentelle Tests der SM-Beschreibung der CP-Verletzung!
- Um nach “neuer” Physik zu suchen ist es wesentlich,  $B$ -Zerfälle verfügbar zu haben, die theoretisch verlässlich im Standardmodell analysiert werden können:

⇒

Zentrales Thema dieser Vorlesungen!

- Beginn der Ära der  $B$ -Fabriken:
  - BaBar (SLAC) und BELLE (KEK) haben bereits erste Ergebnisse vorgestellt (ICHEP 2000, Osaka),
  - CLEO-III (Cornell) hat mit der Datennahme begonnen,
  - HERA-B (DESY) hat erste Ereignisse beobachtet,
  - CDF-II und D0-II (Fermilab) werden im Frühjahr folgen.
- Es ist gut möglich, dass die “letzte” Antwort in der Suche nach neuer Physik den  $B$ -Experimenten der “zweiten Generation” an Hadronmaschinen vorbehalten bleibt:
  - LHCb (CERN) und BTeV (Fermilab)  $\geq$  2005.



## Standard Model Physics at the LHC

- Workshop held at CERN in 1999:  
<http://home.cern.ch/~mlm/lhc99/lhcworkshop.html>
- Working groups:
  - QCD
  - EWK
  - Top Physics
  - B physics: Production & Decay
- B-Decay Working Group: CP Violation and Rare Decays
  - Theory Conveners:
    - \* Patricia Ball
    - \* R.F.
  - Experimental Conveners:
    - \* Giuseppe Tartarelli (ATLAS)
    - \* Pratibha Vikas (CMS)
    - \* Guy Wilkinson (LHCb)
  - Workshop Report:

CERN-TH/2000-101 [hep-ph/0003238]

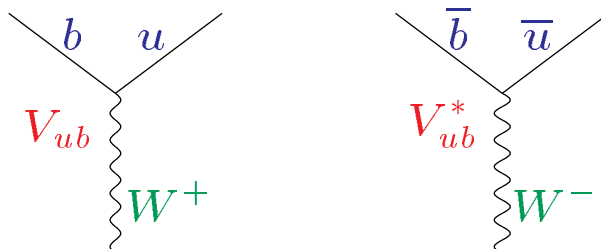
## Beschreibung der CP-Verletzung im SM

- Im Standardmodell hängt die CP-Verletzung mit der Cabibbo–Kobayashi–Maskawa (CKM) Matrix zusammen, welche die elektroschwachen Eigenzustände  $(d', s', b')$  mit deren Masseneigenzuständen  $(d, s, b)$  verknüpft:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

- Die Elemente der CKM-Matrix  $\hat{V}_{\text{CKM}}$  beschreiben die Kopplungen geladener Ströme:

$$\mathcal{L}_{\text{int}}^{\text{CC}} = -\frac{g_2}{\sqrt{2}} (\bar{u}_L, \bar{c}_L, \bar{t}_L) \gamma^\mu \hat{V}_{\text{CKM}} \begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L \end{pmatrix} W_\mu^\dagger + h.c.$$



- Die Phasenstruktur der CKM-Matrix ist nicht eindeutig, da wir folgende Phasentrafo's durchführen können:

$$V_{ij} \rightarrow \exp(i\xi_i) V_{ij} \exp(-i\xi_j).$$

- Mit Hilfe dieser Transformationen kann gezeigt werden, dass die allgemeine  $N \times N$  Quarkmischungsmatrix durch

$$(N - 1)^2$$

Parameter beschrieben wird, die sich aus

$$\frac{1}{2}N(N - 1)$$

Eulerwinkeln, und

$$\frac{1}{2}(N - 1)(N - 2)$$

komplexen Phasen zusammensetzen.

- Zwei Generationen:  $\rightarrow$  Cabibbo

$$\hat{V}_C = \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C \end{pmatrix},$$

wobei  $\sin \theta_C = 0.22$  aus semileptonischen  $K \rightarrow \pi e^+ \nu_e$  Zerfällen bestimmt werden kann.

[N. Cabibbo, *Phys. Rev. Lett.* **10** (1963) 531]

- Drei Generationen: → Kobayashi & Maskawa

- Drei Eulerwinkel und eine komplexe Phase werden zur Parametrisierung der CKM-Matrix benötigt.
- Diese komplexe Phase erlaubt die Beschreibung der CP-Verletzung im Rahmen des Standardmodells!

[M. Kobayashi und T. Maskawa, *Progr. Theor. Phys.* **49** (1973) 642]

- Die Standardparametrisierung der CKM-Matrix:

$$\begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -s_{23}c_{12} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix},$$

wobei  $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$  und  $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$  alle positiv gewählt werden können und  $\delta$  im Intervall  $0 \leq \delta \leq 2\pi$  liegt.

- Phänomenologie der letzten Jahre:

$$s_{13} = \mathcal{O}(10^{-3}), \quad s_{23} = \mathcal{O}(10^{-2}) \quad \Rightarrow \quad c_{13} = c_{23} = 1$$

⇒ Satz von vier unabhängigen Parametern:

$$s_{12} = |V_{us}|, \quad s_{13} = |V_{ub}|, \quad s_{23} = |V_{cb}|, \quad \delta.$$

## Die Wolfenstein-Parametrisierung

- Ersetze den Parametersatz

$$s_{12} = |V_{us}|, \quad s_{23} = |V_{cb}|, \quad s_{13} = |V_{ub}|, \quad \delta$$

durch

$$\lambda, \quad A, \quad \rho, \quad \eta :$$

$$s_{12} \equiv \lambda = 0.22, \quad s_{23} \equiv A\lambda^2, \quad s_{13}e^{-i\delta} \equiv A\lambda^3(\rho - i\eta).$$

- Verwende diese Relationen in der **Standardparametrisierung** der CKM-Matrix und vernachlässige alle Terme  $\mathcal{O}(\lambda^4)$ :

$$\hat{V}_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix}.$$

[L. Wolfenstein, *Phys. Rev. Lett.* **51** (1983) 1945]

- Diese so genannte Wolfenstein-Parametrisierung erweist sich für phänomenologische Anwendungen als sehr nützlich!
- Ausführliche Diskussion der nächstführenden Terme:

A.J. Buras et al., *Phys. Rev.* **D50** (1994) 3433

## Weitere Bemerkungen ...

- Wie wir gerade gesehen haben, **benötigen wir 3 Generationen um die CP-Verletzung im Standardmodell zu beschreiben.**
- Für CP-Verletzung müssen jedoch noch einige weitere Voraussetzungen erfüllt sein, die wie folgt zusammengefaßt werden können:

$$(m_t^2 - m_c^2)(m_t^2 - m_u^2)(m_c^2 - m_u^2) \\ \times (m_b^2 - m_s^2)(m_b^2 - m_d^2)(m_s^2 - m_d^2) \times J_{\text{CP}} \neq 0,$$

wobei

$$J_{\text{CP}} = \pm \text{Im} \left( V_{i\alpha} V_{j\beta} V_{i\beta}^* V_{j\alpha}^* \right) \quad (i \neq j, \alpha \neq \beta).$$

- Der “Jarlskog-Parameter”  $J_{\text{CP}}$  stellt ein Maß für die Stärke der CP-Verletzung im Standardmodell dar:

$$J_{\text{CP}} = \lambda^6 A^2 \eta = \mathcal{O}(10^{-5}).$$

[C. Jarlskog, *PRL* **55** (1985) 1039; *Z. Phys.* **C29** (1985) 491]

- Aufgrund des kleinen Parameters  $J_{\text{CP}} = \mathcal{O}(10^{-5})$  ist die CP-Verletzung im Standardmodell ein sehr kleiner Effekt.
- Typischerweise gibt es jedoch in Szenarien für neue Physik auch neue komplexe Kopplungen, die **zusätzliche Quellen für CP-Verletzung liefern!**

## Die Unitaritätsdreiecke der CKM-Matrix

- Die Unitarität der CKM-Matrix, die durch

$$\hat{V}_{\text{CKM}}^\dagger \cdot \hat{V}_{\text{CKM}} = \hat{1} = \hat{V}_{\text{CKM}} \cdot \hat{V}_{\text{CKM}}^\dagger$$

beschrieben wird, führt zu 12 Gleichungen:

- 6 Normierungsbedingungen (Spalten und Zeilen)
  - 6 Orthogonalitätsrelationen (jeweils Spalten und Zeilen).
- Die Orthogonalitätsrelationen können als 6 Dreiecke in der komplexen Ebene dargestellt werden:

→ Unitaritätsdreiecke.

- Diese Dreiecke haben alle dieselbe Fläche, die mit dem Maß der CP-Verletzung  $J_{\text{CP}}$  wie folgt zusammenhängt:

$$2 A_\Delta = |J_{\text{CP}}|.$$

## Nähere Betrachtung der Unitaritätsrelationen

- Normierungsbedingungen:

- Spalten:

$$|V_{ud}|^2 + |V_{cd}|^2 + |V_{td}|^2 = 1$$

$$|V_{us}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{ts}|^2 = 1$$

$$|V_{ub}|^2 + |V_{cb}|^2 + |V_{tb}|^2 = 1$$

- Zeilen:

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 1$$

$$|V_{cd}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{cb}|^2 = 1$$

$$|V_{td}|^2 + |V_{ts}|^2 + |V_{tb}|^2 = 1.$$

- Orthogonalitätsrelationen:

- Spalten:

$$V_{ud}V_{us}^* + V_{cd}V_{cs}^* + V_{td}V_{ts}^* = 0$$

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0$$

$$V_{us}V_{ub}^* + V_{cs}V_{cb}^* + V_{ts}V_{tb}^* = 0$$

- Zeilen:

$$V_{ud}V_{cd}^* + V_{us}V_{cs}^* + V_{ub}V_{cb}^* = 0$$

$$V_{ud}V_{td}^* + V_{us}V_{ts}^* + V_{ub}V_{tb}^* = 0$$

$$V_{cd}V_{td}^* + V_{cs}V_{ts}^* + V_{cb}V_{tb}^* = 0.$$



- In nur zwei der Dreiecke sind alle drei Seiten von  $\mathcal{O}(\lambda^3)$ , während in den anderen eine Seite um  $\mathcal{O}(\lambda^2)$  oder  $\mathcal{O}(\lambda^4)$  unterdrückt ist. Entsprechende Orthogonalitätsrelationen:

$$V_{ud} V_{ub}^* + V_{cd} V_{cb}^* + V_{td} V_{tb}^* = 0$$

$$V_{ub}^* V_{tb} + V_{us}^* V_{ts} + V_{ud}^* V_{td} = 0.$$

- Führende Ordnung der Wolfenstein-Entwicklung:

$$V_{ud} V_{ub}^* = \lambda^3 A(\rho + i\eta) = V_{ub}^* V_{tb},$$

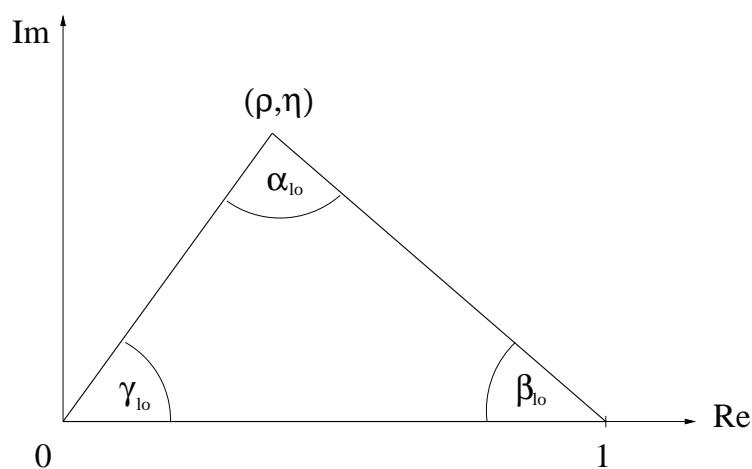
$$V_{cd} V_{cb}^* = -\lambda^3 A = V_{us}^* V_{ts},$$

$$V_{td} V_{tb}^* = \lambda^3 A(1 - \rho - i\eta) = V_{ud}^* V_{td},$$

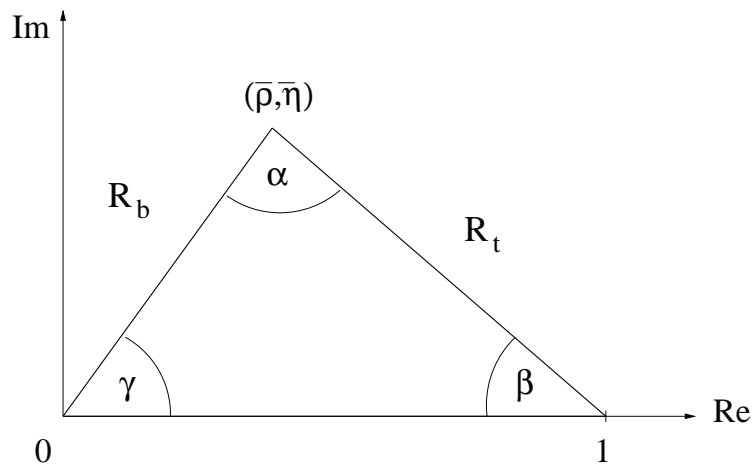
d.h. beide Dreiecke stimmen in führender Ordnung überein:

⇒

DAS Unitaritätsdreieck der CKM-Matrix!



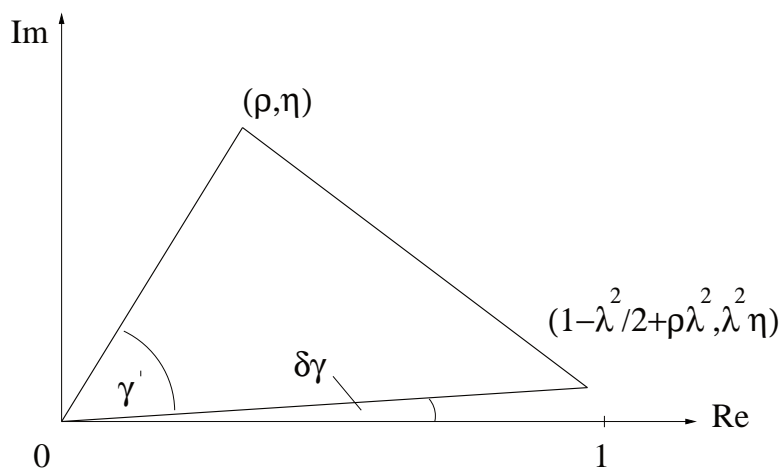
- B-Experimente der "2. Generation": nächstführende Terme der Wolfenstein-Entwicklung müssen berücksichtigt werden!
- $V_{ud} V_{ub}^* + V_{cd} V_{cb}^* + V_{td} V_{tb}^* = 0$ :



$$\bar{\rho} \equiv \left(1 - \lambda^2/2\right) \rho, \quad \bar{\eta} \equiv \left(1 - \lambda^2/2\right) \eta.$$

[A.J. Buras et al., *Phys. Rev.* **D50** (1994) 3433]

- $V_{ud}^* V_{td} + V_{us}^* V_{ts} + V_{ub}^* V_{tb} = 0$ :



## Erlaubter Bereich in der $\bar{\rho}$ - $\bar{\eta}$ -Ebene

[Ausführliche Diskussion: A. Buras & R.F., hep-ph/9704376]

- Indirekte CP-Verletzung im neutralen Kaonsystem:

$$\bar{\eta} \left[ (1 - \bar{\rho}) A^2 \eta_2 S_0(x_t) + P_c(\varepsilon) \right] A^2 \hat{B}_k = 0.226.$$

- $|V_{ub}|/|V_{cb}|$  (Semileptonische  $b \rightarrow u$  und  $b \rightarrow c$  Zerfälle):

$$R_b = \frac{1}{\lambda} \left( 1 - \frac{\lambda^2}{2} \right) \left| \frac{V_{ub}}{V_{cb}} \right| = \sqrt{\bar{\rho}^2 + \bar{\eta}^2} = 0.41 \pm 0.07.$$

- $B_{d,s}$ - $\bar{B}_{d,s}$ -Mischung:

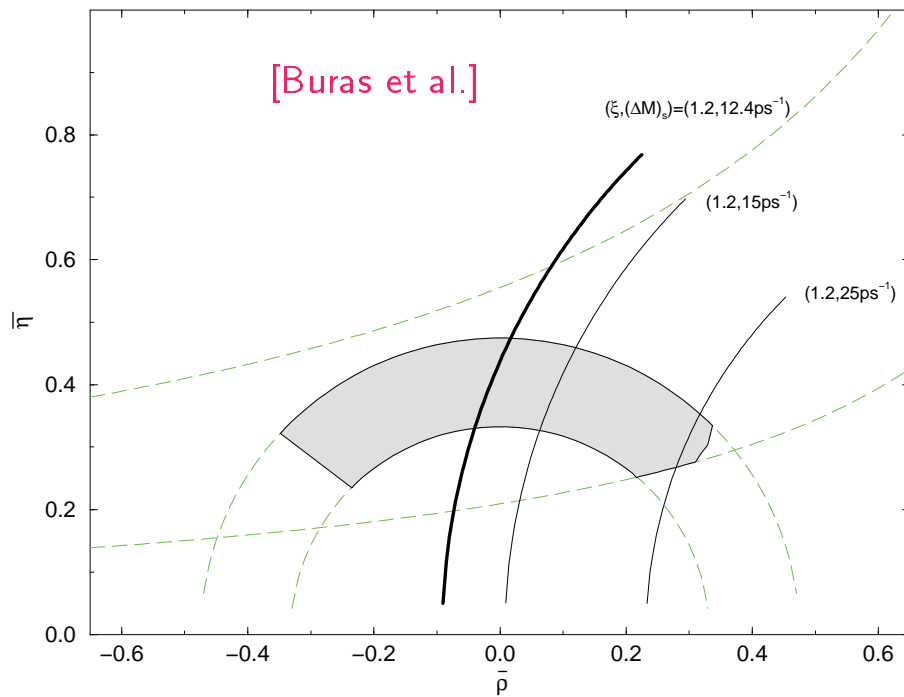
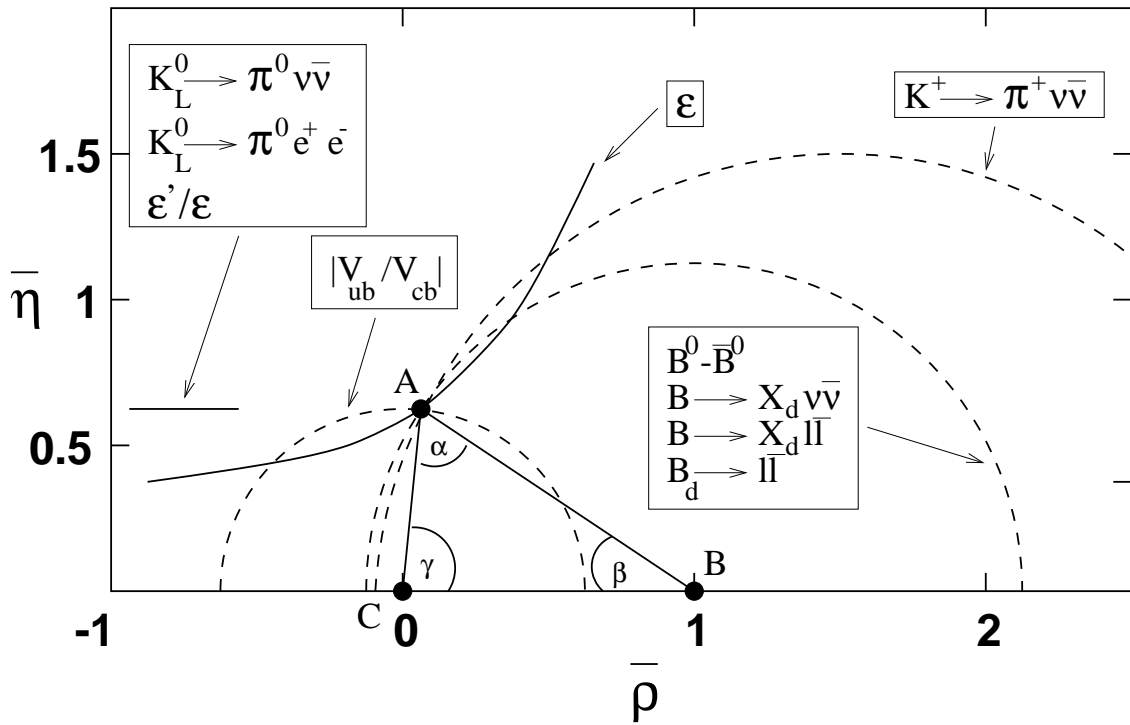
$$R_t = \frac{1}{\lambda} \left| \frac{V_{td}}{V_{cb}} \right| = \sqrt{(1 - \bar{\rho})^2 + \bar{\eta}^2} = \mathcal{O}(1),$$

wobei

$$|V_{td}| = 8.8 \times 10^{-3} \left[ \frac{200 \text{ MeV}}{\sqrt{B_{B_d}} F_{B_d}} \right] \left[ \frac{170 \text{ GeV}}{\bar{m}_t(m_t)} \right]^{0.76} \left[ \frac{\Delta M_d}{0.50/\text{ps}} \right]^{0.5} \sqrt{\frac{0.55}{\eta_B}},$$

und außerdem

$$\frac{|V_{td}|}{|V_{ts}|} = \xi \sqrt{\frac{m_{B_s}}{m_{B_d}}} \sqrt{\frac{\Delta M_d}{\Delta M_s}}, \quad \xi = \frac{F_{B_s} \sqrt{B_{B_s}}}{F_{B_d} \sqrt{B_{B_d}}}.$$



- Ausführliche Analyse: Ali & London, hep-ph/0002167

$$75^\circ \lesssim \alpha \lesssim 121^\circ, \quad 16^\circ \lesssim \beta \lesssim 34^\circ, \quad 38^\circ \lesssim \gamma \lesssim 81^\circ.$$

## CP-Verletzung im Kaonsystem

- **CP-Verletzung** wurde 1964 in dem berühmten Experiment von Christenson et al. entdeckt [*Phys. Rev. Lett.* **13** (1964) 128]:

$$K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-.$$

- Bislang wurde die **CP-Verletzung** nur im System der neutralen Kaonen beobachtet:

$$\frac{A(K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{A(K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-)} \approx \varepsilon + \varepsilon', \quad \frac{A(K_L \rightarrow \pi^0 \pi^0)}{A(K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-)} \approx \varepsilon - 2 \varepsilon'.$$

- Direkte und indirekte CP-Verletzung:

$$(CP) \quad (-) \quad (+) \quad (+)$$

$$K_L = K_2 + \bar{\varepsilon} K_1 \longrightarrow \begin{cases} \pi^+ \pi^- \\ \pi^0 \pi^0 \end{cases}$$

- Nach der Entdeckung der “indirekten” CP-Verletzung im Zerfall  $K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-$  wurde sie auch in  $K_L \rightarrow \pi^0 \pi^0$ ,  $\pi l \nu$ ,  $\pi^+ \pi^- \gamma$  und kürzlich in  $K_L \rightarrow \pi^+ \pi^- e^+ e^-$  beobachtet; all diese Effekte können durch  $\varepsilon$  beschrieben werden:

$$\varepsilon = (2.280 \pm 0.013) \times 10^{-3} \times e^{i\pi/4}.$$

- “Direkte” CP-Verletzung wird durch  $\text{Re}(\varepsilon'/\varepsilon)$  beschrieben:

$$\text{Re}(\varepsilon'/\varepsilon) = \begin{cases} (28 \pm 4.1) \times 10^{-4} & (\text{KTeV}) \\ (14 \pm 4.3) \times 10^{-4} & (\text{NA48}). \end{cases}$$

- Während die Messung von  $\text{Re}(\varepsilon'/\varepsilon) \neq 0$  “superschwache” Modelle der CP-Verletzung ausschließt [Wolfenstein (1964)], erlauben die entsprechenden großen hadronischen Unsicherheiten momentan leider **keinen grundlegenden Test des Standardmodells:**

$$\begin{aligned} \text{Re}(\varepsilon'/\varepsilon) \approx & 13 \text{Im}\lambda_t \left[ \frac{\Lambda_{\overline{\text{MS}}}^{(4)}}{340 \text{ MeV}} \right] \left[ \frac{110 \text{ MeV}}{m_s(2 \text{ GeV})} \right]^2 \\ & \times \left[ B_6 (1 - \Omega_{\text{IB}}) - 0.4 B_8 \left( \frac{m_t(m_t)}{165 \text{ GeV}} \right)^{2.5} \right] \end{aligned}$$

- $\text{Im}(\lambda_t) = \text{Im}(V_{ts}^* V_{td}) = \eta A^2 \lambda^5$ : CKM-Faktor,
- $\Omega_{\text{IB}}$ : Isospinbrechung in den Quarkmassen ( $m_u \neq m_d$ ),
- $m_s(2 \text{ GeV})$ : Strange-Quark-Masse,
- $B_6, B_8$ : parametrisieren hadronische Matrixelemente.

[Übersichtsartikel: A. Buras, hep-ph/9908395; TUM-HEP-377/00]

- Einige theoretische Vorhersagen für  $\text{Re}(\varepsilon'/\varepsilon)$ :

Gruppe	$\text{Re}(\varepsilon'/\varepsilon)/10^{-4}$
München [1]	$7.7^{+6.0}_{-3.5}$ (MC)
München [1]	$1.1 \rightarrow 28.8$ (S)
Rom [2]	$4.7^{+6.7}_{-5.9}$ (MC)
Triest [3]	$23 \pm 6$ (MC)
Triest [3]	$13 \rightarrow 39$ (S)
Dortmund [4]	$6.8 \rightarrow 63.9$ (S)
Montpellier [5]	$24.2 \pm 8.0$
Granada-Lund [6]	$34 \pm 18$
Dubna-DESY [7]	$-3.2 \rightarrow 3.3$ (S)
Taipei [8]	$7 \rightarrow 16$

[1] S. Bosch et al., *Nucl. Phys.* **B565** (2000) 3.

[2] M. Ciuchini et al., hep-ph/9910237.

[3] S. Bertolini et al., *Rev. Mod. Phys.* **72** (2000) 65; hep-ph/0002234.

[4] T. Hambye et al., *Nucl. Phys.* **B564** (2000) 391.

[5] S. Narison, hep-ph/0004247.

[6] J. Bijnens und J. Prades, hep-ph/0005189.

[7] A. Belkov et al., hep-ph/9907335.

[8] H.-Y. Cheng, hep-ph/9911202.

## Seltene Kaonzerfälle: $K \rightarrow \pi \nu \bar{\nu}$

- Sind theoretisch sehr sauber, da die hadronischen Matrixelemente der entsprechenden Quarkströme aus semileptonischen Kaonzerfällen gewonnen werden können.
- Die theoretischen Unsicherheiten werden durch QCD-Skalenabhängigkeiten beherrscht, die durch nächstführende QCD-Korrekturen erheblich reduziert werden konnten.
- Vorhersagen im Rahmen des SM:

$$\text{BR}(K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}) = (7.9 \pm 3.1) \times 10^{-11}$$

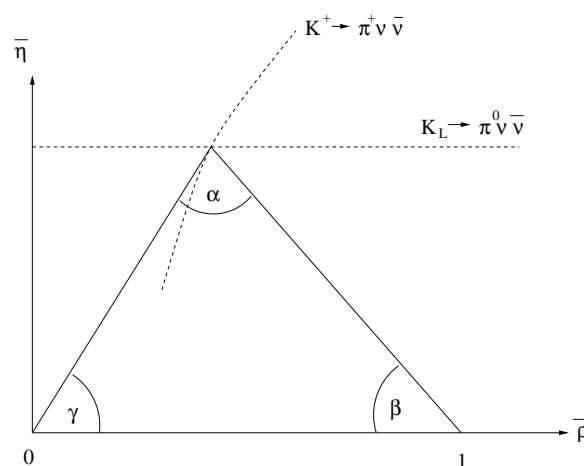
$$\text{BR}(K_L \rightarrow \pi^0 \nu \bar{\nu}) = (2.8 \pm 1.1) \times 10^{-11}.$$

- Experimentelle Ergebnisse:

$$\text{BR}(K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}) = (1.5^{+3.4}_{-1.2}) \times 10^{-10} \quad (\text{BNL787})$$

$$\text{BR}(K_L \rightarrow \pi^0 \nu \bar{\nu}) < 5.9 \times 10^{-7} \quad (\text{E799}).$$

- Erlauben Bestimmung des Unitaritätsdreiecks:



[G. Buchalla & A.J. Buras]



## CP-Verletzung jenseits des Kaonsystems

- Da Kaonzerfälle nicht das gesamte Bild der CP-Verletzung liefern können, ist es für einen Test des SM essentiell, die CP-Verletzung außerhalb des Kaonsystems zu studieren.
- In diesem Zusammenhang erscheint das  $B$ -System am vielversprechendsten, was auch durch die weltweiten experimentellen Anstrengungen widerspiegelt wird:
  - BaBar, BELLE, CLEO, Fermilab, Hera-B . . .
- Die ersten experimentellen Hinweise auf CP-Verletzung in  $B_d \rightarrow J/\psi K_S$  Zerfällen wurden bereits 1998 von der CDF-Kollaboration bekannt gegeben; kürzlich auch erste interessante Resultate von BaBar und BELLE:
  - Die großen experimentellen Unsicherheiten lassen leider noch keine Schlüsse zu...
- Es gibt auch andere interessante Systeme um die CP-Verletzung zu erforschen und nach Signalen neuer Physik zu suchen, z.B. das  $D$ -System.
- Im Folgenden werden wir uns den  $B$ -Zerfällen zuwenden...

## Nichtleptonische $B$ -Zerfälle

- Quark-Übergänge:

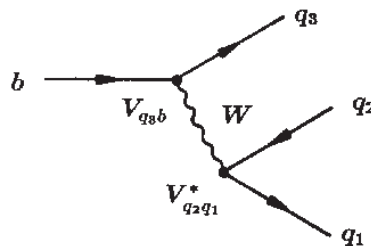
$$b \rightarrow q_1 \bar{q}_2 q_3 \quad (q_1 \in \{d, s\}; \quad q_2, q_3 \in \{u, d, c, s\})$$

- Können wie folgt klassifiziert werden:

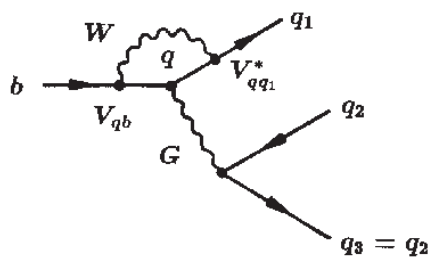
- $q_2 = q_3 \in \{u, c\}$ : Baum- & Pinguindiagramme
- $q_2 = q_3 \in \{d, s\}$ : nur Pinguindiagramme
- $q_2 \neq q_3 \in \{u, c\}$ : nur Baumdiagramme

- Feynman-Diagramme niedrigster Ordnung:

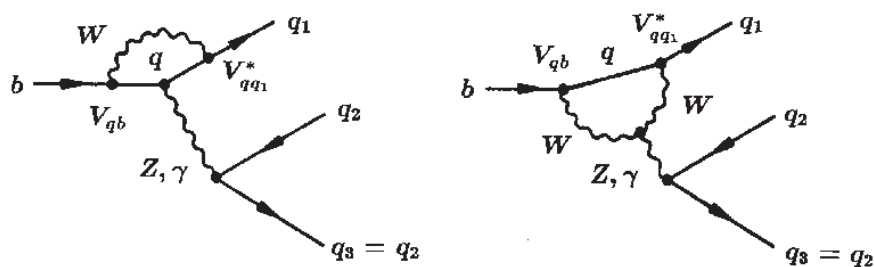
Tree Diagrams:



QCD Penguin Diagrams:



EW Penguin Diagrams:



# Effektive Niederenergie-Hamiltonoperatoren

- Operator-Produkt-Entwicklung (OPE):  $\Rightarrow$

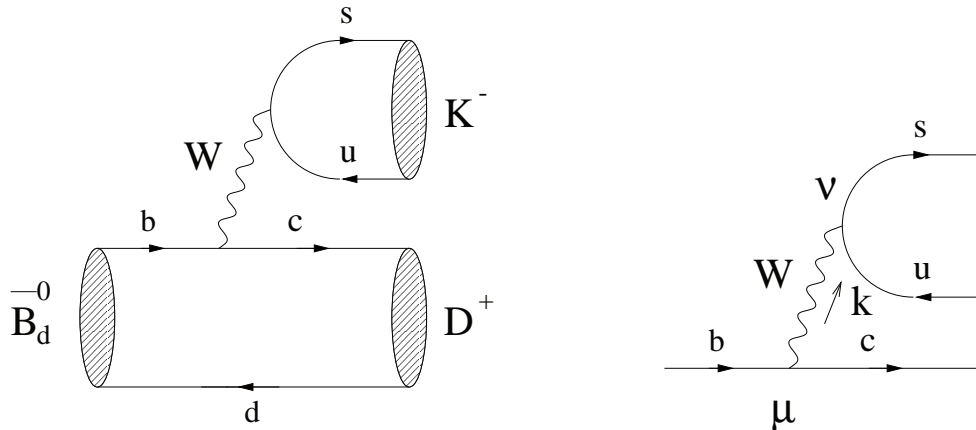
Übergangsmatrixelemente der folgenden Form:

$$\langle f | \mathcal{H}_{\text{eff}} | i \rangle = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{\text{CKM}} \sum_k C_k(\mu) \langle f | Q_k(\mu) | i \rangle.$$

- Die OPE erlaubt eine Trennung der kurzreichweitigen von den langreichweitigen Beiträgen, die durch perturbative Wilsonkoeffizienten  $C_k(\mu)$  und nichtperturbative hadronische ME  $\langle f | Q_k(\mu) | i \rangle$  beschrieben werden.
- $G_F$  bezeichnet die Fermikonstante,  $V_{\text{CKM}}$  einen CKM-Faktor, und  $\mu$  eine geeignete Renormierungsskala.
- Die  $Q_k$  sind lokale Operatoren, die durch die elektroschwache WW und die QCD generiert werden und den betrachteten Zerfall "effektiv" beschreiben.
- Die Wilsonkoeffizienten  $C_k(\mu)$  können als skalenabhängige Kopplungen der Vertizes  $Q_k$  betrachtet werden.

## Beispiel: Der Zerfall

$$\overline{B}_d^0 \rightarrow D^+ K^-$$



- Berechnung des entsprechenden Diagramms:  $\Rightarrow$

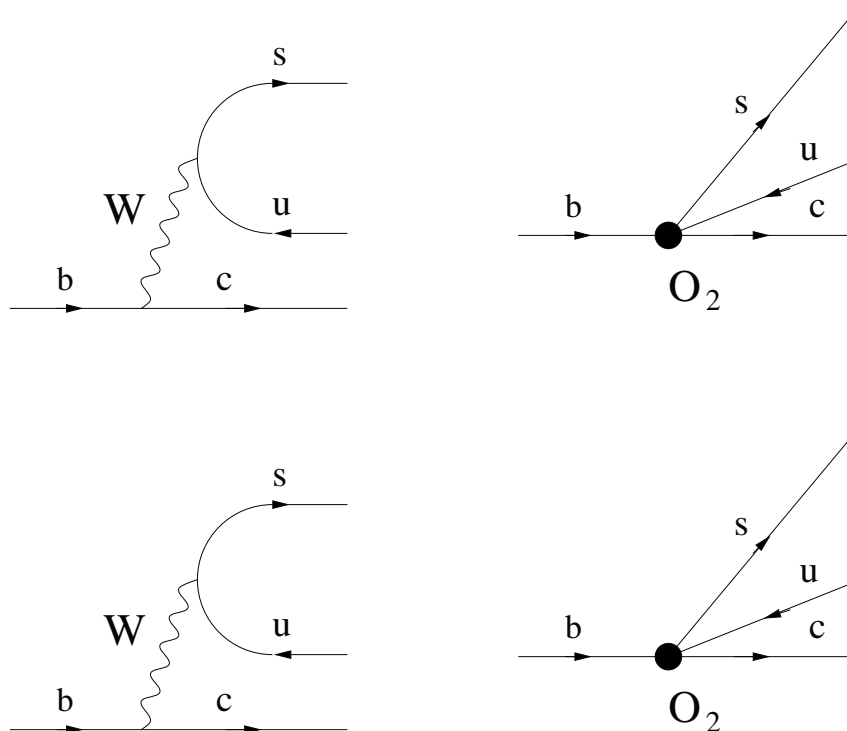
$$-\frac{g_2^2}{8} V_{us}^* V_{cb} [\bar{s} \gamma^\nu (1 - \gamma_5) u] \left[ \frac{g_{\nu\mu}}{k^2 - M_W^2} \right] [\bar{c} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b].$$

- Da  $k^2 \approx m_b^2 \ll M_W^2$ , erhalten wir

$$\frac{g_{\nu\mu}}{k^2 - M_W^2} \longrightarrow -\frac{g_{\nu\mu}}{M_W^2} \equiv -\left( \frac{8G_F}{\sqrt{2}g_2^2} \right) g_{\nu\mu}$$

und können das W-Boson "ausintegrieren":

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{eff}} &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{us}^* V_{cb} [\bar{s}_\alpha \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u_\alpha] [\bar{c}_\beta \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b_\beta] \\ &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{us}^* V_{cb} (\bar{s}_\alpha u_\alpha)_{V-A} (\bar{c}_\beta b_\beta)_{V-A} \equiv \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{us}^* V_{cb} O_2. \end{aligned}$$



- Durch QCD-Korrekturen wird über Operatormischung ein zweiter “Strom-Strom-Operator” erzeugt:

$$O_1 \equiv [\bar{s}_\alpha \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u_\beta] [\bar{c}_\beta \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b_\alpha].$$

- Darüber hinaus erhalten wir  $C_2(\mu) \neq 1$  und  $C_1(\mu) \neq 0$ :

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{us}^* V_{cb} [C_1(\mu) O_1 + C_2(\mu) O_2].$$

- RG erlaubt Aufsummation folgender Terme der  $C_k(\mu)$ :

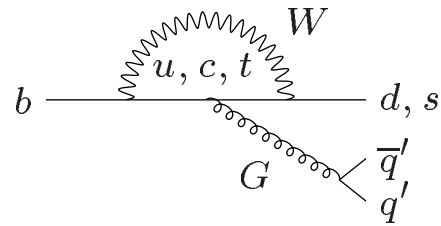
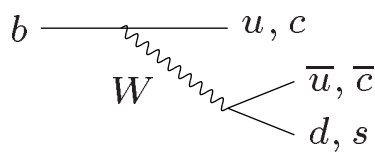
$$\alpha_s^n \left[ \log \left( \frac{\mu}{M_W} \right) \right]^n \text{ (FO)}, \quad \alpha_s^n \left[ \log \left( \frac{\mu}{M_W} \right) \right]^{n-1} \text{ (NFO)}, \quad \dots$$

## $|\Delta B| = 1, \Delta C = \Delta U = 0$ Übergänge

- Zentrale Rolle für CP-Verletzung im  $B$ -System:

$$|\Delta B| = 1, \Delta C = \Delta U = 0.$$

- $\Delta C = \Delta U = 0$   $\Rightarrow$  Baum- und Pinguindiagramme:



- In diesem Fall erhalten wir

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = \mathcal{H}_{\text{eff}}(\Delta B = -1) + \mathcal{H}_{\text{eff}}(\Delta B = -1)^\dagger$$

mit

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}(\Delta B = -1)$$

$$= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[ \sum_{j=u,c} V_{jq}^* V_{jb} \left\{ \sum_{k=1}^2 C_k(\mu) Q_k^{jq} + \sum_{k=3}^{10} C_k(\mu) Q_k^q \right\} \right].$$

- Operatorbasis  $Q_k^{jq}$  ( $j \in \{u, c\}, q \in \{d, s\}$ ):

- Strom-Strom-Operatoren:

$$\begin{aligned} Q_1^{jq} &= (\bar{q}_\alpha j_\beta)_{V-A} (\bar{j}_\beta b_\alpha)_{V-A} \\ Q_2^{jq} &= (\bar{q}_\alpha j_\alpha)_{V-A} (\bar{j}_\beta b_\beta)_{V-A}. \end{aligned}$$

- QCD-Pinguinoperatoren:

$$\begin{aligned} Q_3^q &= (\bar{q}_\alpha b_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\beta)_{V-A} \\ Q_4^q &= (\bar{q}_\alpha b_\beta)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\alpha)_{V-A} \\ Q_5^q &= (\bar{q}_\alpha b_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\beta)_{V+A} \\ Q_6^q &= (\bar{q}_\alpha b_\beta)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\alpha)_{V+A}. \end{aligned}$$

- Elektroschwache (ES) Pinguinoperatoren:

$$\begin{aligned} Q_7^q &= \frac{3}{2} (\bar{q}_\alpha b_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} e_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\beta)_{V+A} \\ Q_8^q &= \frac{3}{2} (\bar{q}_\alpha b_\beta)_{V-A} \sum_{q'} e_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\alpha)_{V+A} \\ Q_9^q &= \frac{3}{2} (\bar{q}_\alpha b_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} e_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\beta)_{V-A} \\ Q_{10}^q &= \frac{3}{2} (\bar{q}_\alpha b_\beta)_{V-A} \sum_{q'} e_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\alpha)_{V-A}. \end{aligned}$$

- Hier bezeichnen  $\alpha$  und  $\beta$  die  $SU(3)_C$ -Indizes,  $V \pm A$  bezieht sich auf  $\gamma_\mu (1 \pm \gamma_5)$ ,  $q'$  läuft über die bei  $\mu = \mathcal{O}(m_b)$  aktiven Quarkflavours, d.h.  $q' \in \{u, d, c, s, b\}$ , und die  $e_{q'}$  sind die entsprechenden elektrischen Ladungen.
- Die Strom-Strom, QCD- und ES Pinguinoperatoren hängen mit Baumdiagrammen, QCD- und ES Pinguinen zusammen.

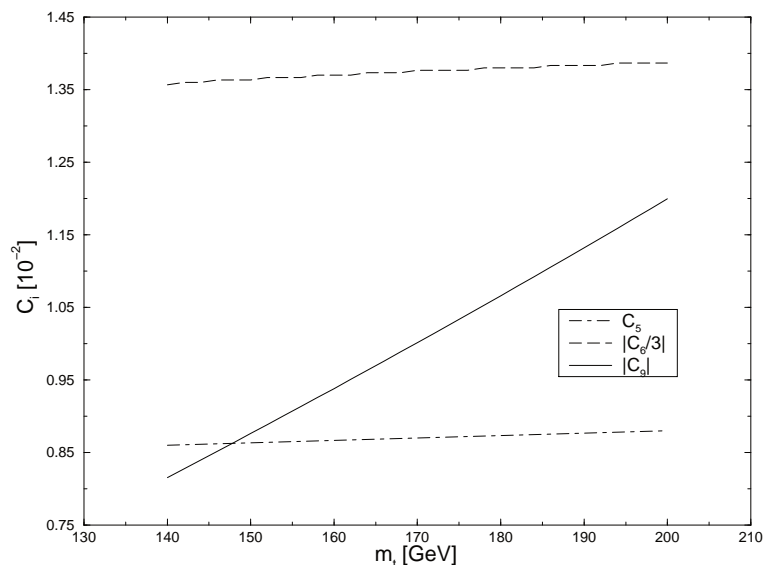
[Review: G. Buchalla et al., *Rev. Mod. Phys.* **68** (1996) 1125]

	$\Lambda_{\overline{MS}}^{(5)} = 160\text{MeV}$			$\Lambda_{\overline{MS}}^{(5)} = 225\text{MeV}$			$\Lambda_{\overline{MS}}^{(5)} = 290\text{MeV}$		
Scheme	LO	NDR	HV	LO	NDR	HV	LO	NDR	HV
$C_1$	-0.283	-0.171	-0.209	-0.308	-0.185	-0.228	-0.331	-0.198	-0.245
$C_2$	1.131	1.075	1.095	1.144	1.082	1.105	1.156	1.089	1.114
$C_3$	0.013	0.013	0.012	0.014	0.014	0.013	0.016	0.016	0.014
$C_4$	-0.028	-0.033	-0.027	-0.030	-0.035	-0.029	-0.032	-0.038	-0.032
$C_5$	0.008	0.008	0.008	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.010
$C_6$	-0.035	-0.037	-0.030	-0.038	-0.041	-0.033	-0.041	-0.045	-0.036
$C_7/\alpha$	0.043	-0.003	0.006	0.045	-0.002	0.005	0.047	-0.002	0.005
$C_8/\alpha$	0.043	0.049	0.055	0.048	0.054	0.060	0.053	0.059	0.065
$C_9/\alpha$	-1.268	-1.283	-1.273	-1.280	-1.292	-1.283	-1.290	-1.300	-1.293
$C_{10}/\alpha$	0.302	0.243	0.245	0.328	0.263	0.266	0.352	0.281	0.284



## Effekte elektroschwacher Pinguine

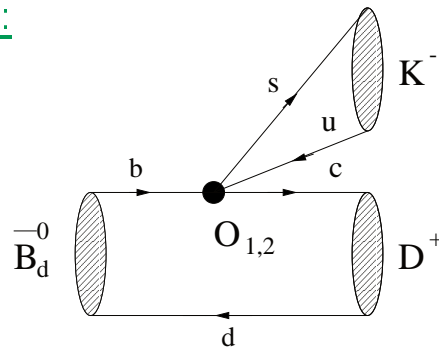
- Da  $\alpha/\alpha_s = \mathcal{O}(10^{-2})$  sehr klein ist, würde man naiv erwarten, dass ES Pinguine im Vergleich mit den QCD-Pinguinen nur eine untergeordnete Rolle spielen.
- Dies wäre der Fall bei einem “leichten” Top-Quark!
- Der Wilsonkoeffizient eines der ES Pinguinoperatoren wächst jedoch stark mit der Top-Quark-Masse  $m_t$  an:



- Interessante Effekte in verschiedenen  $B$ -Zerfällen:
  - $B^- \rightarrow K^- \phi$  merklicher Einfluß durch ES Pinguine.
  - $B \rightarrow \pi \phi, B_s \rightarrow \pi^0 \phi, \dots$  werden von ESP dominiert.  
[R.F., *ZPC* **62** (1994) 81; *PLB* **321** (1994) 259 und **332** (1994) 419; bestätigt durch Deshpande & He; Gronau et al.; Kramer et al.; . . . ]
- Spielen auch für  $B \rightarrow \pi K$  Zerfälle eine wichtige Rolle!  
[Übersichtsartikel: R.F., *Int. J. Mod. Phys.* **A12** (1997) 2459]

# Faktorisierung hadronischer Matrixelemente

- Zentrales Problem:



- Übergangsamplitude:

$$\begin{aligned} \langle D^+ K^- | \mathcal{H}_{\text{eff}} | \overline{B}_d^0 \rangle &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{us}^* V_{cb} \\ &\times \left[ \left( \frac{C_1}{N_C} + C_2 \right) \langle D^+ K^- | (\overline{s}_\alpha u_\alpha)_{V-A} (\overline{c}_\beta b_\beta)_{V-A} | \overline{B}_d^0 \rangle \right. \\ &\quad \left. + 2 C_1 \langle D^+ K^- | (\overline{s}_\alpha T_{\alpha\beta}^a u_\beta)_{V-A} (\overline{c}_\gamma T_{\gamma\delta}^a b_\delta)_{V-A} | \overline{B}_d^0 \rangle \right]. \end{aligned}$$

- “Faktorisierung” der hadronischen Matrixelemente:

$$\begin{aligned} \langle D^+ K^- | (\overline{s}_\alpha u_\alpha)_{V-A} (\overline{c}_\beta b_\beta)_{V-A} | \overline{B}_d^0 \rangle \Big|_{\text{fakt}} \\ &= \langle K^- | [\overline{s}_\alpha \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u_\alpha] | 0 \rangle \langle D^+ | [\overline{c}_\beta \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b_\beta] | \overline{B}_d^0 \rangle \\ &\propto f_K (\text{“Zerfallskonstante”}) \times F_{BD} (\text{“Formfaktor”}), \end{aligned}$$

$$\langle D^+ K^- | (\overline{s}_\alpha T_{\alpha\beta}^a u_\beta)_{V-A} (\overline{c}_\gamma T_{\gamma\delta}^a b_\delta)_{V-A} | \overline{B}_d^0 \rangle \Big|_{\text{fakt}} = 0.$$

- Lange Geschichte der Faktorisierung:

J. Schwinger, *Phys. Rev. Lett.* **12** (1964) 630; D. Farikov und B. Stech, *Nucl. Phys.* **B133** (1978) 315; N. Cabibbo und L. Maiani, *Phys. Lett.* **B73** (1978) 418; *ibid.* **76** (1978) 663 (E); J.D. Bjorken, *Nucl. Phys. (Proc. Suppl.)* **B11** (1989) 325; M. Dugan und B. Grinstein, *Phys. Lett.* **B255** (1991) 583; H.D. Politzer und M.B. Wise, *Phys. Lett.* **B257** (1991) 399; ...

- Faktorisierung im Limes  $N_C \rightarrow \infty$ .

[A. Buras, J.-M. Gérard und R. Rückl, *Nucl. Phys.* **B268** (1986) 16; A. Buras und J.-M. Gérard, *Phys. Lett.* **B203** (1988) 272]

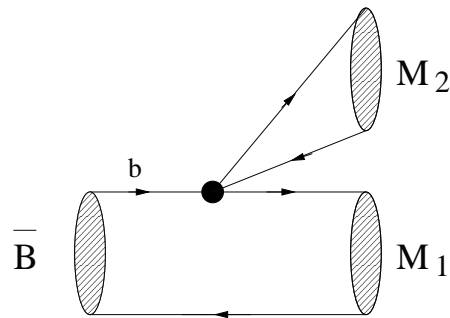
- Interessanter neuer Zugang von Beneke, Buchalla, Neubert und Sachrajda:

- Wichtiger Schritt auf dem Weg zu einer soliden Grundlage der Faktorisierung für eine große Klasse nichtleptonischer  $B$ -Zerfälle im Limes schwerer Quarks.
- Formalismus beinhaltet Elemente der “naiven” Faktorisierung und des “hard-scattering” Bildes.
- Erlaubt systematische Berechnung nichtfaktorisierbarer Strahlungskorrekturen zur “naiven” Faktorisierung.
- Noch etliche konzeptionelle Probleme zu lösen ...

[M. Beneke, G. Buchalla, M. Neubert und C.T. Sachrajda, *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 1914 und hep-ph/0006124 (111 Seiten!)]

## Das “QCD-Faktorisierungsschema”

- Betrachte  $\bar{B} \rightarrow M_1 M_2$ , wo  $M_1$  den Spektor aufnimmt:



- Formel der “QCD-Faktorisierung”:

$$A(\bar{B} \rightarrow M_1 M_2) = [\text{“naive Faktorisierung”}] \\ \times [1 + \text{berechenbare } \mathcal{O}(\alpha_s) + \mathcal{O}(\Lambda_{\text{QCD}}/m_b)]$$

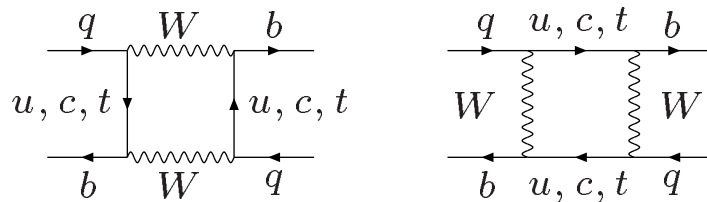
$M_1 \setminus M_2$	leicht ( $\pi, K$ )	schwer ( $D$ )	Onimum ( $J/\psi$ )
leicht	×	–	×
schwer	×	–	?

- Während die  $\mathcal{O}(\alpha_s)$  Korrekturen systematisch berechnet werden können, sind die Hauptunsicherheiten durch die  $\mathcal{O}(\Lambda_{\text{QCD}}/m_b)$  Terme gegeben.

[Beneke, Buchalla, Neubert und Sachrajda ('99–'00)]

## Der Formalismus der $B_q^0 - \overline{B}_q^0$ -Mischung

- Im SM wird die  $B_q^0 - \overline{B}_q^0$ -Mischung in niedrigster Ordnung durch folgende Boxdiagramme induziert ( $q \in \{d, s\}$ ):



- Bei Verwendung einer Matrixschreibweise ergibt der Wigner-Weisskopf-Formalismus die Schrödingergleichung

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} = \left[ \begin{pmatrix} M_0^{(q)} & M_{12}^{(q)} \\ M_{12}^{(q)*} & M_0^{(q)} \end{pmatrix} - \frac{i}{2} \begin{pmatrix} \Gamma_0^{(q)} & \Gamma_{12}^{(q)} \\ \Gamma_{12}^{(q)*} & \Gamma_0^{(q)} \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix}$$

für die Zeitentwicklung des Zustandsvektors

$$|\psi_q(t)\rangle = a(t) |B_q^0\rangle + b(t) |\overline{B}_q^0\rangle.$$

- Die Berechnung der entsprechenden Eigenzustände  $|B_{\pm}^{(q)}\rangle$  mit Eigenwerten  $\lambda_{\pm}^{(q)}$  ergibt

$$|B_{\pm}^{(q)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{1 + |\alpha_q|^2}} \left( |B_q^0\rangle \pm \alpha_q |\overline{B}_q^0\rangle \right)$$

$$\lambda_{\pm}^{(q)} = \left( M_0^{(q)} - \frac{i}{2} \Gamma_0^{(q)} \right) \pm \left( M_{12}^{(q)} - \frac{i}{2} \Gamma_{12}^{(q)} \right) \alpha_q,$$

wobei

$$\alpha_q \times e^{+i\left(\Theta_{\Gamma_{12}}^{(q)} + n'\pi\right)} = \sqrt{\frac{4 \left|M_{12}^{(q)}\right|^2 e^{-i2\delta\Theta_{M/\Gamma}^{(q)}} + \left|\Gamma_{12}^{(q)}\right|^2}{4 \left|M_{12}^{(q)}\right|^2 + \left|\Gamma_{12}^{(q)}\right|^2 - 4 \left|M_{12}^{(q)}\right| \left|\Gamma_{12}^{(q)}\right| \sin \delta\Theta_{M/\Gamma}^{(q)}}}.$$

Hier wurde folgende Notation verwendet:

$$\begin{aligned} M_{12}^{(q)} &\equiv e^{i\Theta_{M_{12}}^{(q)}} \left|M_{12}^{(q)}\right| \\ \Gamma_{12}^{(q)} &\equiv e^{i\Theta_{\Gamma_{12}}^{(q)}} \left|\Gamma_{12}^{(q)}\right| \\ \delta\Theta_{M/\Gamma}^{(q)} &\equiv \Theta_{M_{12}}^{(q)} - \Theta_{\Gamma_{12}}^{(q)}, \end{aligned}$$

und  $n' \in \mathbb{Z}$  parametrisiert das Vorzeichen der Wurzel.

- Die Berechnung der dispersiven Anteile der Boxen ergibt

$$M_{12}^{(q)} = \frac{G_F^2 M_W^2 \eta_B m_{B_q} B_{B_q} F_{B_q}^2}{12\pi^2} \left(V_{tq}^* V_{tb}\right)^2 S_0(x_t) e^{i(\pi - \phi_{\mathcal{CP}}(B_q))}$$

mit  $x_t \equiv m_t^2/M_W^2$ ,  $S_0(x_t) = \mathcal{O}(1)$  und

$$(\mathcal{CP}) \left|B_q^0\right\rangle = e^{i\phi_{\mathcal{CP}}(B_q)} \left|\overline{B_q^0}\right\rangle.$$

- Darüber hinaus erhalten wir aus den absorptiven Anteilen

$$\frac{\Gamma_{12}^{(q)}}{M_{12}^{(q)}} \approx -\frac{3\pi}{2S_0(x_t)} \frac{m_b^2}{M_W^2} = \mathcal{O}(m_b^2/m_t^2) \ll 1.$$

- Vernachlässigung von Termen zweiter Ordnung:  $\Rightarrow$

$$\alpha_q = \left[ 1 + \frac{|\Gamma_{12}^{(q)}|}{2|M_{12}^{(q)}|} \sin \delta\Theta_{M/\Gamma}^{(q)} \right] e^{-i\left(\Theta_{M_{12}}^{(q)} + n'\pi\right)}.$$

- Die Abweichung von  $|\alpha_q|$  von 1 beschreibt CP-verletzende Effekte in den  $B_q^0 - \overline{B}_q^0$ -Oszillationen.

- Nachweis durch “wrong charge” Lepton-Asymmetrien:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\text{SL}}^{(q)} &\equiv \frac{\Gamma(B_q^0(t) \rightarrow l^- \bar{\nu}_l X) - \Gamma(\overline{B}_q^0(t) \rightarrow l^+ \nu_l X)}{\Gamma(B_q^0(t) \rightarrow l^- \bar{\nu}_l X) + \Gamma(\overline{B}_q^0(t) \rightarrow l^+ \nu_l X)} \\ &= \frac{|\alpha_q|^4 - 1}{|\alpha_q|^4 + 1} \approx \frac{|\Gamma_{12}^{(q)}|}{|M_{12}^{(q)}|} \sin \delta\Theta_{M/\Gamma}^{(q)}. \end{aligned}$$

- In  $\mathcal{A}_{\text{SL}}^{(q)}$  kürzen sich die Zeitabhängigkeiten weg.

- Aufgrund der Relationen

$$|\Gamma_{12}^{(q)}|/|M_{12}^{(q)}| \propto m_b^2/m_t^2, \quad \sin \delta\Theta_{M/\Gamma}^{(q)} \propto m_c^2/m_b^2$$

ist die Asymmetrie  $\mathcal{A}_{\text{SL}}^{(q)}$  außerdem um den Faktor

$$m_c^2/m_t^2 = \mathcal{O}(10^{-4})$$

unterdrückt und ist im Standardmodell sehr klein!

- Zeitentwicklung ursprünglich, d.h. bei  $t = 0$ , vorhandener  $|B_q^0\rangle$  und  $|\overline{B}_q^0\rangle$  Mesonzustände:

$$\begin{aligned} |B_q^0(t)\rangle &= f_+^{(q)}(t) |B_q^0\rangle + \alpha_q f_-^{(q)}(t) |\overline{B}_q^0\rangle \\ |\overline{B}_q^0(t)\rangle &= \frac{1}{\alpha_q} f_-^{(q)}(t) |B_q^0\rangle + f_+^{(q)}(t) |\overline{B}_q^0\rangle, \end{aligned}$$

wobei

$$f_{\pm}^{(q)}(t) = \frac{1}{2} \left( e^{-i\lambda_+^{(q)} t} \pm e^{-i\lambda_-^{(q)} t} \right).$$

- Diese zeitabhängigen Zustandsvektoren erlauben die Berechnung der entsprechenden Raten. Nützliche Größen:

$$\left| g_{\pm}^{(q)}(t) \right|^2 = \frac{1}{4} \left[ e^{-\Gamma_L^{(q)} t} + e^{-\Gamma_H^{(q)} t} \pm 2 e^{-\Gamma q t} \cos(\Delta M_q t) \right]$$

$$g_-^{(q)}(t) g_+^{(q)}(t)^* = \frac{1}{4} \left[ e^{-\Gamma_L^{(q)} t} - e^{-\Gamma_H^{(q)} t} + 2 i e^{-\Gamma q t} \sin(\Delta M_q t) \right]$$

und

$$\xi_f^{(q)} = e^{-i\Theta} M_{12}^{(q)} \frac{A(\overline{B}_q^0 \rightarrow f)}{A(B_q^0 \rightarrow f)}, \quad \xi_{\overline{f}}^{(q)} = e^{-i\Theta} M_{12}^{(q)} \frac{A(\overline{B}_q^0 \rightarrow \overline{f})}{A(B_q^0 \rightarrow \overline{f})}.$$

- Die  $g_{\pm}^{(q)}(t)$  hängen mit den  $f_{\pm}^{(q)}(t)$  zusammen. Während jedoch die  $f_{\pm}^{(q)}(t)$  durch  $\alpha_q$  von  $n'$  abhängen, wird die  $n'$ -Abhängigkeit in den  $g_{\pm}^{(q)}(t)$  durch Einführung folgender positiver Massendifferenz aufgehoben:

$$\Delta M_q \equiv M_H^{(q)} - M_L^{(q)} = 2 \left| M_{12}^{(q)} \right| > 0.$$



- $\Gamma_H^{(q)}, \Gamma_L^{(q)}$  sind die Zerfallsbreiten der Masseneigenzustände:

– Differenz:

$$\Delta\Gamma_q \equiv \Gamma_H^{(q)} - \Gamma_L^{(q)} = \frac{4 \operatorname{Re} \left[ M_{12}^{(q)} \Gamma_{12}^{(q)*} \right]}{\Delta M_q}$$

– Mittelwert:

$$\Gamma_q \equiv \frac{\Gamma_H^{(q)} + \Gamma_L^{(q)}}{2} = \Gamma_0^{(q)}.$$

- Interessante Relation:

$$\frac{\Delta\Gamma_q}{\Gamma_q} \approx -\frac{3\pi}{2S(x_t)} \frac{m_b^2}{M_W^2} x_q = \mathcal{O}(10^{-2}) \times x_q,$$

wobei

$$x_q \equiv \frac{\Delta M_q}{\Gamma_q} = \begin{cases} 0.723 \pm 0.032 & (q = d) \\ \mathcal{O}(20) & (q = s) \end{cases}$$

den  $B_q^0$ - $\overline{B}_q^0$ -Mischungsparameter bezeichnet.

- CP-verletzende schwache Mischungsphase:

$$\Theta_{M_{12}}^{(q)} = \pi + 2 \arg \left( V_{tq}^* V_{tb} \right) - \phi_{\text{CP}}(B_q).$$

- Es sollte betont werden, dass die Größen  $\xi_f^{(q)}$  und  $\xi_{\overline{f}}^{(q)}$  konventionsunabhängige Observable sind.

## Übergangsraten neutraler $B$ -Zerfälle

$$\Gamma(B_q^0(t) \rightarrow f) =$$

$$\left[ \left| g_+^{(q)}(t) \right|^2 + \left| \xi_f^{(q)} \right|^2 \left| g_-^{(q)}(t) \right|^2 - 2 \operatorname{Re} \left\{ \xi_f^{(q)} g_-^{(q)}(t) g_+^{(q)}(t)^* \right\} \right] \tilde{\Gamma}$$

$$\Gamma(\overline{B}_q^0(t) \rightarrow f) =$$

$$\left[ \left| g_-^{(q)}(t) \right|^2 + \left| \xi_f^{(q)} \right|^2 \left| g_+^{(q)}(t) \right|^2 - 2 \operatorname{Re} \left\{ \xi_f^{(q)} g_+^{(q)}(t) g_-^{(q)}(t)^* \right\} \right] \tilde{\Gamma}$$

$$\Gamma(B_q^0(t) \rightarrow \overline{f}) =$$

$$\left[ \left| g_+^{(q)}(t) \right|^2 + \left| \xi_{\overline{f}}^{(q)} \right|^2 \left| g_-^{(q)}(t) \right|^2 - 2 \operatorname{Re} \left\{ \xi_{\overline{f}}^{(q)} g_-^{(q)}(t) g_+^{(q)}(t)^* \right\} \right] \tilde{\Gamma}$$

$$\Gamma(\overline{B}_q^0(t) \rightarrow \overline{f}) =$$

$$\left[ \left| g_-^{(q)}(t) \right|^2 + \left| \xi_{\overline{f}}^{(q)} \right|^2 \left| g_+^{(q)}(t) \right|^2 - 2 \operatorname{Re} \left\{ \xi_{\overline{f}}^{(q)} g_+^{(q)}(t) g_-^{(q)}(t)^* \right\} \right] \tilde{\Gamma}$$

Hierbei entsprechen die zeitunabhängigen Zerfallsraten  $\tilde{\Gamma}$  und  $\tilde{\overline{\Gamma}}$  den “nichtentwickelten” Amplituden  $A(B_q^0 \rightarrow f)$  und  $A(B_q^0 \rightarrow \overline{f})$  und können durch Ausführung der entsprechenden Phasenraumintegrationen berechnet werden.

## CP-Verletzung in neutralen $B$ -Zerfällen

- Besonders einfacher und interessanter Fall:

$$B_q \rightarrow f \quad \text{mit} \quad (CP)|f\rangle = \pm |f\rangle.$$

- Zeitabhängige CP-Asymmetrie:

$$a_{CP}(t) \equiv \frac{\Gamma(B_q^0(t) \rightarrow f) - \Gamma(\overline{B}_q^0(t) \rightarrow f)}{\Gamma(B_q^0(t) \rightarrow f) + \Gamma(\overline{B}_q^0(t) \rightarrow f)} =$$

$$2 e^{-\Gamma_q t} \left[ \frac{\mathcal{A}_{CP}^{\text{dir}} \cos(\Delta M_q t) + \mathcal{A}_{CP}^{\text{mix}} \sin(\Delta M_q t)}{e^{-\Gamma_H^{(q)} t} + e^{-\Gamma_L^{(q)} t} + \mathcal{A}_{\Delta\Gamma} \left( e^{-\Gamma_H^{(q)} t} - e^{-\Gamma_L^{(q)} t} \right)} \right].$$

- Hier wurden die Beiträge direkter CP-Verletzung von denen Mischung induzierter CP-Verletzung getrennt:

$$\mathcal{A}_{CP}^{\text{dir}} \equiv \frac{1 - |\xi_f^{(q)}|^2}{1 + |\xi_f^{(q)}|^2}, \quad \mathcal{A}_{CP}^{\text{mix}} \equiv \frac{2 \operatorname{Im} \xi_f^{(q)}}{1 + |\xi_f^{(q)}|^2}.$$

- Die Zerfallsbreitendifferenz  $\Delta\Gamma_q \equiv \Gamma_H^{(q)} - \Gamma_L^{(q)}$  (kann im  $B_s$ -System  $\mathcal{O}(10\%)$  sein) liefert eine weitere Observable:

$$\mathcal{A}_{\Delta\Gamma} \equiv \frac{2 \operatorname{Re} \xi_f^{(q)}}{1 + |\xi_f^{(q)}|^2}.$$

- $\mathcal{A}_{CP}^{\text{dir}}$ ,  $\mathcal{A}_{CP}^{\text{mix}}$  und  $\mathcal{A}_{\Delta\Gamma}$  sind keine unabhängige Größen:

$$[\mathcal{A}_{CP}^{\text{dir}}]^2 + [\mathcal{A}_{CP}^{\text{mix}}]^2 + [\mathcal{A}_{\Delta\Gamma}]^2 = 1.$$

## Berechnung von $\xi_f^{(q)}$

- Unter Verwendung des entsprechenden  $\mathcal{H}_{\text{eff}}$  erhalten wir

$$A(\overline{B}_q^0 \rightarrow f) = \left\langle f \left| \mathcal{H}_{\text{eff}}(\Delta B = -1) \right| \overline{B}_q^0 \right\rangle =$$

$$\left\langle f \left| \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[ \sum_{j=u,c} V_{jr}^* V_{jb} \left\{ \sum_{k=1}^2 Q_k^{jr}(\mu) C_k(\mu) + \sum_{k=3}^{10} Q_k^r(\mu) C_k(\mu) \right\} \right] \right| \overline{B}_q^0 \right\rangle,$$

wobei  $r \in \{d, s\}$  zwischen  $b \rightarrow d$  und  $b \rightarrow s$  unterscheidet.

- Auf der anderen Seite gilt auch

$$A(B_q^0 \rightarrow f) = \left\langle f \left| \mathcal{H}_{\text{eff}}(\Delta B = -1)^\dagger \right| B_q^0 \right\rangle =$$

$$\left\langle f \left| \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[ \sum_{j=u,c} V_{jr} V_{jb}^* \left\{ \sum_{k=1}^2 Q_k^{jr\dagger}(\mu) C_k(\mu) + \sum_{k=3}^{10} Q_k^{r\dagger}(\mu) C_k(\mu) \right\} \right] \right| B_q^0 \right\rangle.$$

- Ausführung geeigneter CP-Transformationen ergibt

$$A(B_q^0 \rightarrow f) = \pm e^{i\phi_{\text{CP}}(B_q)} \times$$

$$\left\langle f \left| \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[ \sum_{j=u,c} V_{jr} V_{jb}^* \left\{ \sum_{k=1}^2 Q_k^{jr}(\mu) C_k(\mu) + \sum_{k=3}^{10} Q_k^r(\mu) C_k(\mu) \right\} \right] \right| \overline{B}_q^0 \right\rangle,$$

wobei die Beziehungen

$$(\mathcal{CP}) Q_k^{jr\dagger} (\mathcal{CP})^\dagger = Q_k^{jr}, \quad (\mathcal{CP}) \left| B_q^0 \right\rangle = e^{i\phi_{\text{CP}}(B_q)} \left| \overline{B}_q^0 \right\rangle$$

verwendet wurden.

- Letztendlich erhalten wir

$$\xi_f^{(q)} = \mp e^{-i\phi_q} \frac{\sum_{j=u,c} V_{jr}^* V_{jb} \langle f | Q^{jr} | \overline{B}_q^0 \rangle}{\sum_{j=u,c} V_{jr} V_{jb}^* \langle f | Q^{jr} | B_q^0 \rangle},$$

wobei

$$Q^{jr} \equiv \sum_{k=1}^2 Q_k^{jr} C_k(\mu) + \sum_{k=3}^{10} Q_k^{jr} C_k(\mu),$$

und

$$\phi_q \equiv 2\arg(V_{tq}^* V_{tb}) = \begin{cases} +2\beta & (q = d) \\ -2\delta\gamma & (q = s) \end{cases}$$

mit der  $B_q^0 - \overline{B}_q^0$ -Mischungsphase zusammenhängt.

- Im allgemeinen **große hadronische Unsicherheiten** in  $\xi_f^{(q)}$ !
- Falls jedoch  $B_q \rightarrow f$  durch eine **einzige CKM-Amplitude dominiert** wird, so **kürzen sich die hadronischen Matrixelemente heraus**:

$$\xi_f^{(q)} = \mp \exp \left[ -i \left( \phi_q - \phi_D^{(f)} \right) \right],$$

wobei  $\phi_D^{(f)}$  eine **schwache Zerfallsphase** ist ( $r \in \{d, s\}$ ):

$$\phi_D^{(f)} = \begin{cases} -2\gamma & \text{falls } \bar{b} \rightarrow \bar{u} u \bar{r} \text{ CKM-Amplitude dominiert,} \\ 0 & \text{falls } \bar{b} \rightarrow \bar{c} c \bar{r} \text{ CKM-Amplitude dominiert.} \end{cases}$$

# Hauptpunkte der ersten Vorlesung

- Beschreibung der CP-Verletzung im Standardmodell:
  - CKM-Matrix
  - **Wolfenstein-Parametrisierung**
  - Unitaritätsdreiecke
- CP-Verletzung im Kaonsystem:
  - **$\text{Re}(\varepsilon'/\varepsilon)$**
  - $K_L \rightarrow \pi^0 \nu \bar{\nu}$  und  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$
- Nichtleptonische  $B$ -Zerfälle:
  - **Effektive Niederenergie-Hamiltonoperatoren**
  - Elektroschwache Pinguine
  - “Faktorisierung”
- Formalismus der  $B_q^0 - \overline{B}_q^0$ -Mischung:
  - **Zeitentwicklung**
  - CP-Asymmetrien